

## 基于数学模型的船舶航行最优路径规划

### 0 引言

为了提升船舶航行决策的科学性和经济性,突破传统经验导航的局限,本文分析了船舶航行路径规划的数学建模理论基础,将复杂的海洋航行问题转化为可量化求解的优化模型框架。探索了以动态规划、智能优化算法和混合整数规划为核心的数学优化方法体系,揭示了不同算法在航路寻优中的内在机理和适用场景。研究了实时气象数据融合、航行安全边界计算和模型简化等关键实现机制,构建了理论模型向实际应用转化的技术路径。研究表明,数学模型驱动的路径规划能有效平衡航行效率、运营成本和安全保障的多维目标,为智能航运发展提供了坚实的方法论支撑。

### 1 船舶航行路径规划的数学建模理论基础

船舶航行路径规划的数学建模理论基础建立在图论、最优控制理论、船舶动力学等多学科交叉融合的理论框架之上,其核心在于将复杂的海洋环境抽象为可计算的数学结构。图论为路径规划提供了基础的数学语言,海域被离散化为由节点、边构成的网络图,节点代表航行位置,边表示可行航段,权重反映航行代价,图的连通性确保了路径的可达性。最优控制理论为航行决策提供了理论依据,该理论将船舶航行视为动态系统的控制问题,状态变量包括位置、速度和航向角等运动参数,控制变量涵盖舵角、推力等操纵输入参数,性能指标函数综合考虑航行时间、燃油消耗和安全风险等多重目标。船舶动力学模型描述了船舶在海洋环境中的运动规律,六自由度运动方程刻画了船舶受力与运动响应的关系,环境扰动模型量化了风、浪、流对航行的影响。约束条件体系确保了路径的可行性,包括避障约束、速度限制和安全距离等物理约束,以及港口时间窗、货物交付期限等运营约束,数值优化算法将这些理论要素转化为可求解的计算模型。

### 2 最优路径生成的数学优化方法体系

#### 2.1 动态规划算法在航路寻优中的应用机理

动态规划算法在航路寻优中的应用机理基于最优化原理的递推求解思想,将复杂的全局路径优化问题分解为一系列相互关联的子问题进行逐步求解。该算法将航行区域划分为离散的时空网格,每个网格点代表一个特定时刻的船舶位置状态,状态转移方程描述了船舶从当前状态到下一状态的所有可能路径选择。最优性原理确保了局部最优决策能够构成全局最优解,即从起点到任意中间节点的最优路径必然是该中间节点到终点最优路径的一部分。算法从目标点开始反向计算,建立价值函数表示从每个状态点到终点的最小代价,状态转移过程考虑航行距离、时间消耗、燃油成本和气象条件等综合因素。递推公式 $V(i, j, t) = \min\{V(i', j', t+1) +$

$C(i, j, t \rightarrow i', j', t+1)\}$ 描述了状态演化规律,其中 $C$ 表示从状态 $(i, j, t)$ 转移到状态 $(i', j', t+1)$ 的代价函数。算法的记忆化特性避免了重复计算,显著提高了求解效率,最终获得的最优策略序列构成了船舶的最优航行路径。

#### 2.2 智能优化算法的路径搜索策略

智能优化算法的路径搜索策略通过模拟自然界进化机制和群体智能行为,为船舶航行路径规划提供了高效的全局寻优能力。其中,遗传算法采用编码染色体表示航行路径节点序列,通过选择、交叉和变异等遗传操作不断迭代进化,在保持种群多样性的同时逐步收敛至最优解,特别适合处理含有多个约束条件的复杂航线规划问题。粒子群优化算法则将每条潜在路径视为搜索空间中的粒子,通过跟踪个体最优解和群体最优解动态调整搜索方向和速度,其收敛速度快、参数设置简单的特点使其在实时路径调整中表现优异。蚁群算法通过模拟蚂蚁觅食行为中的信息素机制,在可行路径上累积和更新信息素浓度,引导后续搜索向高质量路径集中,这种正反馈机制使算法在处理离散化的航路点选择问题时具有独特优势。如,某远洋货轮从上海港至鹿特丹港的航线规划中,采用改进遗传算法将航线离散为120个决策点,设置种群规模200、交叉概率0.8、变异概率0.05,经过500代进化后得到的最优路径比传统大圆航线缩短186 n mile,同时成功规避了3个台风影响区域,综合考虑燃油消耗和时间成本后节省运营成本约12.7%。

#### 2.3 混合整数规划的航线决策模型

混合整数规划的航线决策模型通过整合离散决策变量与连续优化变量,为船舶航行路径选择提供了精确的数学表达框架。其核心在于将航线规划问题转化为含有0~1整数变量的优化模型求解。模型构建中将航线网格化为若干航路点,设置二元整数变量表示是否经过某个航路点或航段,连续变量则描述船舶在各航段的速度、燃油消耗量等运营参数,通过这种混合变量体系准确刻画航线选择的离散性与航行参数的连续性特征。目标函数综合考虑航行时间、燃油成本和港口费用等多重因素,构建加权总成本最小化或经济效益最大化的优化目标,权重系数根据航运公司的经营策略和市场环境动态调整。约束条件涵盖航路连通性约束确保形成完整可行路径、船舶性能约束限定最大航速和续航能力、时间窗约束满足到港时间要求、气象海况约束规避恶劣天气区域,以及国际海事法规约束遵守特定海域的航行规定。模型求解采用分支定界法结合割平面法等精确算法,对于大规模问题运用启发式规则加速求解过程,通过线性松弛获得初始解后逐步收紧整数约束,最终得到满足所有约束条件的最优航线方案。该方法在处理多港口挂靠顺序优化、航速与航线联合决策等复杂问题时展现出显著的建模优势和求解效率。

3 数学模型驱动的路径规划实现机制

3.1 实时气象数据的模型融合技术

实时气象数据的模型融合技术通过建立动态数据同化机制，将卫星遥感、浮标观测和数值预报等多源气象信息实时嵌入路径规划模型，实现航线的自适应优化调整。数据融合首先需要对来自不同观测系统的风场、浪高和洋流、能见度等气象要素进行时空插值和格式统一，采用卡尔曼滤波或变分同化方法消除观测误差并提高数据精度，将处理后的网格化气象场转换为模型可识别的环境参数矩阵。融合机制的关键在于建立气象要素与船舶航行性能的量化映射关系，通过失速系数、增阻系数等参数将风浪影响转化为航速衰减和燃油损耗的具体数值，并引入时变权重函数根据预报可信度动态调整气象因素在目标函数中的影响程度。模型通过滚动时域优化策略每隔固定时间窗口更新气象数据并重新求解，在保持航线整体最优性的同时实现局部路径的灵活调整，尤其是在遭遇突发恶劣天气时能够快速生成避让方案。如，某集装箱船从青岛港驶往洛杉矶途经北太平洋航线，航行第5 d 接收到前方 600 n mile 处有强低压系统形成的实时气象预警，模型会立即融合 ECMWF 数值预报数据和 Jason-3 卫星高度计观测的有效波高数据，计算出低压中心 12 h 后的预测位置和影响范围，通过更新环境场参数重新优化后续航线，生成向南偏移 120 n mile 的修正路径，虽增加 185 n mile 航程，但避开了 8 m 巨浪区域，最终比原计划仅延误 6 h 到港且节省燃油成本约 8.3 万美元。

3.2 航行安全边界的数值计算方法

航行安全边界的数值计算方法通过构建多层次安全包络模型，将船舶物理尺度、操纵性能和环境风险等因素转化为可量化的空间约束条件，为路径规划提供精确的安全保障框架。计算核心结合船舶领域理论与最小安全距离模型，将船舶周围的安全区域划分为禁止侵入的绝对安全边界和需要谨慎通过的相对安全边界。其中，绝对安全边界半径是根据船长、船宽、当前航速和转向半径等参数，并按照国际海上避碰规则计算得出，而相对安全边界则是根据能见度、交通密度和水深条件等进行动态调整。数值计算过程首先建立船舶运动学模型，获取不同操舵角度下的轨迹预测，然后运用蒙特卡洛模拟方法考虑风流干扰下的位置不确定性，生成概率化的安全边界分布图，将 95% 置信水平对应的包络线作为实际安全边界。障碍物检测则采用栅格化方法将电子海图数据转换为二值占用网格，通过距离变换算法快速计算任意位置到最近障碍物的欧氏距离，并结合船舶吃水与海图水深数据计算富余水深约束，形成三维安全边界体系。在此基础上，动态目标的安全边界计算引入最近会遇点和最近会遇

距离概念，通过求解相对运动方程预测碰撞风险，当计算出的最近会遇距离小于安全阈值时自动触发避让机制，生成满足国际海上避碰规则的修正航线，确保船舶始终在安全边界内航行。

3.3 计算效率优化的模型简化策略

计算效率优化的模型简化策略通过降维处理、分层求解和启发式约简等技术手段，在保证路径规划精度的前提下显著提升模型求解速度，以满足船舶航行决策的实时性要求。模型简化首先采用空间离散化策略，将连续的海域空间按照可变网格划分，在开阔海域使用大尺度网格降低节点数量，而在近岸复杂水域则采用精细网格保证航行安全，这种自适应网格技术可将计算节点减少 60% 以上。时间维度的简化通过分段常数假设实现，将长航程划分为若干时间段，在每个时间段内假设环境参数保持恒定，避免了连续时间优化的高计算复杂度，同时引入滚动优化机制定期更新环境参数以补偿简化误差。算法层面采用分解协调策略，将大规模优化问题分解为航线选择主问题和航速优化子问题，通过拉格朗日松弛或 Benders 分解实现主从问题的迭代求解，每次迭代仅需处理规模较小的子问题，极大提升了求解效率。此外，约束条件的简化采用主动集策略，通过预处理识别出必然满足和必然违背的约束，仅保留可能成为紧约束的条件参与优化计算。如某超大型油轮从波斯湾至宁波港的航线规划中，原始模型包含 8 640 个时间步和 15 000 个空间节点，直接求解需要 3.5 h，采用简化策略后将时间步聚合为 72 个时段，空间节点通过四叉树网格简化至 2 800 个，同时剔除了 12 000 个冗余约束条件，最终求解时间缩短至 8 min，路径长度仅比全局最优解增加 0.3%，完全满足实际航运的决策需求。

4 结束语

基于数学模型的船舶航行最优路径规划研究为现代航运业智能化转型提供了坚实的理论基础和技术支撑。通过构建多目标优化模型、融合实时环境数据、优化计算效率等关键技术的突破，实现了航线规划从经验决策向科学决策的根本转变。未来随着人工智能技术的深度融合、多源数据的精准获取以及计算能力的持续提升，数学模型驱动的路径规划将朝着更加智能化、精细化、自主化的方向发展。这一研究不仅显著提升了航运效率和有效控制了运营成本，还为全球海运网络的优化配置和绿色航运的可持续发展开辟了新路径，并为山西省高等学校教育教学改革与实践项目“概率论与数理统计创新教学的探索与实践”（J20241530）的开展提供了有益参考。

杨云霞

（山西能源学院 计算机与信息工程系，太原 030032）