推力轴承运行状态波动性评价方法

应宇辰[1]，于　洋[2]，朱鼎元[3]，李华鹏[1*]，许卫东[4]
（1. 92493 部队，辽宁葫芦岛　125000；2. 哈尔滨工程大学 烟台研究院，山东烟台　264001；3. 上海船舶设备研究所，上海　200031；4. 自贡市水务局，四川自贡　643000）

摘　要：[目的]为满足吊舱推进器（POD）推力轴承运行状态监测的需求，[方法]提出一种基于多尺度样本熵与改进型隶属函数的波动性评价方法。利用动态时间规整（DTW）算法提取信号波动差值序列，结合样本熵和多尺度样本熵对信号复杂度进行定量分析；设计改进型混合隶属函数（MMF）以克服传统硬阈值函数的精度局限；构建基于熵流分析、马尔可夫链多元累积与最小熵空间的状态评价框架，实现对轴承运行状态的综合评估与异常预警。[结果]结果表明：MMF 方法的 Pearson 相关系数（Sine 信号为 0.999 5，Logistic 信号为 0.999 6）和灵敏度（Sine 信号为 1.870 3，Logistic 信号为 1.947 6）均显著优于传统硬阈值函数（HF）和平滑型隶属函数（PFMF）。[结论]所提波动性评价体系能够全面反映 POD 推力轴承运行状态的波动特性，在轴承状态监测与异常预警方面具有显著优势。

关键词：推力轴承；波动性评价；多尺度样本熵；混合隶属函数
中图分类号：U671.99　　**文献标志码：**A　　【DOI】10.13788/j.cnki.cbgc.2026.10.08

The Evaluation Method for the Operating State Fluctuations of Thrust Bearings

YING Yuchen[1], YU Yang[2], ZHU Dingyuan[3], LI Huapeng[1*], XU Weidong[4]
(1. 92493 Unit, Huludao 125000, Liaoning, China; 2. Yantai Research Institute, Harbin Engineering University, Yantai 264001, Shandong, China; 3. Shanghai Marine Equipment Research Institute, Shanghai 200031, China; 4. Zigong Water Affairs Bureau, Zigong 643000, Sichuan, China)

Abstract: [Purpose] To meet the demand for monitoring the operating status of the thrust bearing of the podded propulsion (POD), [Method] a volatility evaluation method for POD thrust bearing condition monitoring is proposed. A dynamic time warping (DTW) algorithm is employed to extract fluctuation difference sequences from bearing signals. Signal complexity is quantified using sample entropy and multiscale sample entropy (MSE). A modified membership function (MMF) is designed to overcome the limitations of traditional hard-thresholding functions, and a condition assessment framework based on entropy flow analysis, multivariate accumulation of Markov chains, and minimum entropy space is established for comprehensive evaluation and anomaly prediction. [Result] Simulation results show that the MMF method achieves Pearson correlation coefficients of 0.999 5 (Sine signal) and 0.999 6 (Logistic signal), with sensitivity values of 1.870 3 and 1.947 6, respectively, significantly outperforming the hard-thresholding function (HF) and the power-function-based membership function (PFMF). [Conclusion] The proposed volatility evaluation system effectively characterizes the fluctuation behavior of POD thrust bearing operation and demonstrates significant advantages in bearing condition monitoring and anomaly prediction.

Key words: thrust bearing; volatility evaluation; multiscale sample entropy; modified membership function

收稿日期：2025-08-04；**修回日期：**2025-12-16；**录用日期：**2026-01-09
作者简介：应宇辰（1988—），男，硕士。研究方向：船舶与海工结构健康监测等。
通信作者：李华鹏（1987—），男，硕士。Email：276884928@qq.com。

0 引言

吊舱推进器（Podded Propulsion, POD）是一种大型船舶推进装置，其利用发电机把其他形式的能量转变成电能，再通过电动机把电能转换成机械能，实现了能量的非机械方式传递[1]。随着互联网、大数据以及云计算等技术的飞速发展，智能化已成为船舶与海洋工程领域的大势所趋[2]。近年来，随着 POD 系统在船舶推进装置中的广泛应用，推力轴承等核心零部件的运行状态监测与故障预测逐渐成为海洋装备智能运维领域的重要研究方向。针对海洋工程领域内复杂的载荷监测[3-5]和算法计算[6-8]问题，传统手段在很多实际情况下都难以保证时效性和准确性。推力轴承承载着轴向载荷并直接影响推进装置的传动效率与运行安全，其工况波动性反映了设备性能的稳定性与潜在风险。复杂的载荷环境、非平稳信号干扰以及 POD 系统轴系耦合特性均对推力轴承的状态监测与波动性评价提出了更高的要求。

传统基于振动特征提取或油液分析的轴承诊断方法，虽在工业中应用成熟，但在 POD 特有的耦合激励与复杂动态环境中存在识别精度与及时效性的局限。近年来，基于信号复杂性和熵理论的研究迅速发展。样本熵与多尺度样本熵因其能够表征信号中长期与短期非线性波动而广泛用于状态评估[9-11]。LI 等[12]提出的分层熵方法有效提升了船舶噪声特征提取性能（关于船舶辐射噪声）。滚动轴承故障诊断中，基于 Sigmoid 的精化复合多尺度模糊熵（Sigmoid-Based Refined Composite Multiscale Fuzzy Entropy, Sigmoid-RCMFE）和幅值多尺度反向散布熵（Amplitude-Based Multiscale Reverse Dispersion Entropy, AMRDE）等方法在抗噪性和敏感性方面均显著优于传统多尺度样本熵（Multi-scale Sample Entropy, MSE）[13-14]。另外，舵机推力轴承状态监测领域已有研究采用机声、声发射（Acoustic Emission, AE）信号以及基于深度学习的诊断方法。MAO 等[15]采用改进多特征融合卷积神经网络（Modified Multi-Feature Fusion Convolutional Neural Network, MMFCNN）结合声发射信号实现倾斜垫推力轴承故障识别，其诊断准确率高达 99.58%。此外，近年来研究还拓展到生成对抗网络（Generative Adversarial Network, GAN）和深度学习融合熵特征提取，用于轴承剩余寿命预测、短时多通道信号适应型的变分嵌入多尺度样本熵（Variational Embedding Multiscale Sample Entropy, VEMSE）方法[16]等，这些研究为复杂工况下的状态评估提供了算法支撑。热声不稳定性预测领域中，基于复现定量分析和机器学习算法的早期预警方法也表明熵/复杂性特征在高动态系统异常感知中的潜力。运用不同的信号处理技术来提取和分析轴承故障的波动性特征也多有研究，如利用小波分析方法提取轴承故障信号中的波动性特征[17]、自适应小波变换方法用于轴承故障的波动性分析[18]以及时域、频域和时频域多种轴承故障波动性分析方法[19]。尽管上述方法已在工业轴承系统中展现效果，但针对船舶 POD 系统中推力轴承的波动性评价研究仍较匮乏。现有研究多关注径向轴承或通用工业轴承[20]，且很少涉及推力轴承在 POD 环境下所面临的轴向载荷、径向-推力耦合及复杂激励条件[21]。传统硬阈值与静态隶属函数对非平稳微波动识别敏感性有限，容易导致误诊或滞后。

基于此背景，本文构建一种基于波动差值、熵特征与状态演化的评价体系，包括波动性量化方法和评价框架 2 个部分，用于实现推力轴承运行状态波动性的综合评价。在量化方法上，本文利用动态时间规整理论提取波动特征以实现波动强度的量化，并结合样本熵/多尺度样本熵描述信号波动的复杂度和非平稳性。在评价框架上，该方法提出改进隶属度函数（Modified Membership Function, MMF），提高熵值计算的准确性；再通过熵流和马尔可夫链刻画运行状态演化，并基于最小熵空间实现状态划分。该评价体系可实现对推力轴承信号波动性的定量建模、鲁棒特征识别与智能异常预警。

1 基于动态时间规整的波动特征提取

动态时间规整（Dynamic Time Warping, DTW）是一种用于衡量 2 个时间序列之间相似度的算法。该算法通过在时间轴上对序列进行非线性调整，使得不同时间点上的元素能够实现最优对齐。DTW 最初主要应用于语音识别领域，随后逐渐被引入各类时间序列相似性度量问题中[22]。DTW 的核心思想是通过允许对比路径沿时间轴进行非线性拉伸或压缩，来实现 2 个序列之间的一一对齐。在此基础上构建 1 个距离矩阵，利用最优路径寻找 2 个序列之间的最小代价匹配。在局部区域内，DTW 能够弱化非关键对齐点的影响，更加突出信号序列的主要变化趋势，以实现对原始长度不同的信号序列之间的有效比对。

DTW 算法的具体步骤如下：

1）首先，假定维度相同但长度不同的 2 个时间序列 a 与 b，其中：a 为设备采集的实际信号序列，b 为标准参考序列，m 为序列 a 的长度，n 为序列 b 的长度。

$$a[1:m]=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\} \tag{1}$$

$$b[1:n]=\{b_1,b_2,\cdots,b_n\} \tag{2}$$

2）为了度量 2 个序列之间的相似程度，依据 DTW 方法构建 1 个大小为 $m\times n$ 的距离矩阵 $\boldsymbol{D}_{\text{matrix}}$。

$$\boldsymbol{D}_{\text{matrix}}=\begin{bmatrix} d(a_1,b_1) & d(a_2,b_1) & \cdots & d(a_m,b_1) \\ d(a_1,b_2) & d(a_2,b_2) & \cdots & d(a_m,b_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d(a_1,b_n) & d(a_2,b_n) & \cdots & d(a_m,b_n) \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中：$d(a_i, b_j)$ 为序列元素 a_i 与 b_j 之间的距离。

3）然后在距离矩阵中从左上角至右下角搜索 1 条最优路径来完成匹配，该路径表示 2 个序列在时间轴上如何对齐。

$$\begin{cases} W=\{w_1,w_2,\cdots,w_l\} \\ \max(m,n)\leqslant l\leqslant m+n \end{cases} \tag{4}$$

式中：W 为规整路径，由路径点 $w_1, w_2,\cdots, w_l$ 组成；l 为路径长度。

4）每一个路径点 w_k 表示序列中某一对匹配点之间的距离，其定义为

$$\begin{cases} w_k=d(a_i,b_j) \\ 1\leqslant i\leqslant m \\ 1\leqslant j\leqslant n \\ 1\leqslant k\leqslant l \end{cases} \tag{5}$$

5）在计算 2 个时间序列之间的 DTW 距离时，关键在于寻找一条使得总体距离最小的路径 $D_{\text{DWT}(a,b)}$。这条路径对应于累计距离矩阵中的最优路径。计算式为

$$D_{\text{DTW}(a,b)}=\arg_w\min\left(\sum_{i=1}^{l}w_i\right) \tag{6}$$

6）DTW 距离通过求解最优路径上所有对应点的距离总和最小值，来衡量 2 个序列之间的相似度。当将实际采集的信号曲线与参考标准信号进行对比时，DTW 距离能够量化它们之间的波动差异，见图 1。在实际应用中，通常需要对不同序列进行归一化处理，计算其平均对齐代价。这种处理的解析表达式为

$$\begin{cases} X_i=\dfrac{1}{l}D_{\text{DTW}(a,b)} \\ \max(m,n)\leqslant l\leqslant m+n \end{cases} \tag{7}$$

式中：X_i 为归一化的 DTW 距离，用以表示单位路径长度上的平均距离，利于不同长度序列之间的公平比较。

2　基于样本熵与多尺度样本熵的波动熵值量化

根据 DTW 算法获取的信号曲线波动特征，可以从中提取设备在某一时间段内运行状态的动态特性信息。为更深入地分析时间序列的波动行为，本节引入样本熵与多尺度样本熵的计算，对 DTW 所得波动序列进行复杂性分析。

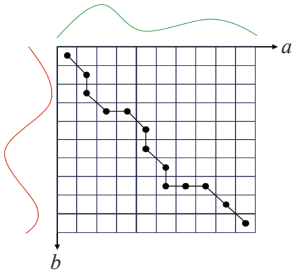


图 1　DTW 距离

Fig. 1　The Distance of DTW

2.1　样本熵

样本熵（Sample Entropy, SE）是一种评估时间序列无序程度和复杂性的指标。其基本思路：考察序列中每个片段与其他片段之间的相似性，通过统计匹配程度来反映序列结构的稳定性或不规则性。若样本熵值越高，说明该序列中存在更多的随机性；反之，熵值越低则表明序列变化更有规律，波动程度较小。因此，在分析设备运行状态时，若序列对应的样本熵较大，说明其动态行为不稳定，波动较剧烈；相反，较小的样本熵反映出系统状态相对稳定。

对于由 N 个采样点构成的时间序列 $\{x(n)\}=\{x(1), x(2),\cdots, x(N)\}$，样本熵的计算方法如下：

1）构造嵌入向量序列。将原始序列转化为由 m 维向量组成的子序列集，见式（8），即从原始序列中连续提取长度 m 的子段，构成向量序列 $\boldsymbol{x}_m(i)$。

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_m(i)=\{x(i),x(i+1),\cdots,x(i+m-1)\} \\ 1\leqslant i\leqslant N-m+1 \end{cases} \tag{8}$$

2）定义向量间的距离。对于向量 $\boldsymbol{x}_m(i)$ 与 $\boldsymbol{x}_m(j)$ 的距离 $d[\boldsymbol{x}_m(i), \boldsymbol{x}_m(j)]$，定义其为对应元素间绝对差值的最大值。

$$d[\boldsymbol{x}_m(i),\boldsymbol{x}_m(j)]=\max_{k=0,1,\cdots,m-1}\left[\left|x(i+k)-x(j+k)\right|\right] \tag{9}$$

3）统计相似向量个数并归一化。对每个 $\boldsymbol{x}_m(i)$，统计与之距离小于等于阈值 r 的 $\boldsymbol{x}_m(j)$ 数目（不包括自身），记为 B_i，然后计算其平均概率。

$$B_{(i,m)}(r)=\frac{1}{N-m-1}B_i \tag{10}$$

$$B_m(r)=\frac{1}{N-m}\sum_{i=1}^{N-m}B_{(i,m)}(r) \tag{11}$$

式（10）和式（11）中：$B_{(i,m)}(r)$ 为第 i 个 m 维嵌入向量的相似概率；$B_m(r)$ 为序列在 m 维、阈值 r 下的平均相似概率。

4）提升维度到 $(m+1)$。同样地，构造 $(m+1)$ 维向量 $\boldsymbol{x}_{m+1}(i)$，统计满足距离小于 r 的匹配个数 A_i，再计算概率。

$$A_{(i,m)}(r)=\frac{1}{N-m-1}A_i \quad (12)$$

$$A_m(r)=\frac{1}{N-m}\sum_{i=1}^{N-m}A_{(i,m)}(r) \quad (13)$$

式（12）和式（13）中：$A_{(i,m)}(r)$ 为第 i 个 $(m+1)$ 维嵌入向量的相似概率；$A_m(r)$ 为序列在 $(m+1)$ 维、阈值 r 下的平均相似概率。

5）定义样本熵。样本熵 $S_{SE}(m, r)$ 反映了从 m 维向量匹配成功的情况下，进一步匹配 $(m+1)$ 个点的难度，即复杂程度。

$$S_{SE}(m,r)=\lim_{N\to\infty}\left\{-\ln\left[\frac{A_m(r)}{B_m(r)}\right]\right\} \quad (14)$$

对于有限样本量 N，有限样本熵 $S_{SE}(N, m, r)$ 的估算式为

$$S_{SE}(N,m,r)=\left\{-\ln\left[\frac{A_m(r)}{B_m(r)}\right]\right\} \quad (15)$$

2.2 多尺度样本熵

多尺度样本熵（Multi-Scale Sample Entropy, MSE）是 SE 的扩展方法，可以用于分析时间序列在不同时间尺度下的复杂度变化[23]。在轴承故障分析中，MSE 可以用于比较轴承在不同频率范围内的振动信号，从而更全面地分析轴承的状态。

假设原始离散时间序列为$\{x_1, x_2,\cdots, x_n\}$，为了进行尺度变换，需对序列进行粗粒化操作，生成新的尺度为 τ 的时间序列 $y_{(j,\tau)}$。该操作将原始序列按连续的 τ 个点做平均，数学表达式为

$$y_{(j,\tau)}=\frac{1}{\tau}\sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau}x_i,\quad j=1,2,\cdots,\frac{N}{\tau} \quad (16)$$

式中：N 为原始时间序列的总长度，即采样点数量；τ 为设置的尺度因子。

原始序列在进行多尺度处理时，会被划分为若干段，每段长度为 τ，从而形成总数为 N/τ 的粗粒序列。

然后，对每个尺度因子 τ 下的粗粒序列分别求其样本熵 SE；将各尺度下的 SE 值随尺度因子的变化关系汇总，即构成多尺度样本熵 MSE，最终计算式为

$$M_{MSE}(x,\tau,m,r)=S_{SE}[y_{(j,\tau)},m,r] \quad (17)$$

粗粒化过程的示例见图 2。在多尺度粗粒化过程中，尺度因子 τ 的设置直接影响粗粒化序列长度及熵值计算稳定性。为保证序列有效性并覆盖主要时间尺度，本文将尺度因子 τ 范围设定为 1～10，选取原则：1）τ 不宜过大，以避免粗粒化后序列过短而降低样本熵计算精度；2）τ 应覆盖能够反映短时波动与中尺度变化的有效范围；3）当 τ 增大后序列变化趋于平稳时，视为终止条件，无需继续扩展更大尺度。

试验结果表明，τ=1～10 可在保证稳定性的同时有效表征轴承运行状态的多尺度特征。

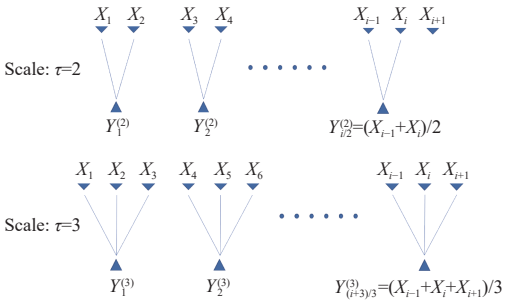


图 2　粗粒化过程

Fig. 2　Coarse Granulation Process

3　面向波动性评估的样本熵隶属函数改进

3.1　传统样本熵隶属函数

在计算样本熵的过程中，通常使用隶属函数来表示 2 个点之间的距离大小与其相似性之间的关系。通过这种函数可以度量样本间的相关性。依据距离和相似容限之间的关系，若 2 个点之间的距离小于或等于该容限，或接近该阈值范围，就会赋予较高的隶属度，从而作为样本熵评估的重要依据。由于距离与相似性程度不同，其对应的隶属函数形式也不尽相同。为了更准确地表达 2 个点之间的关系，隶属函数通常应满足以下要求：1）当距离趋近于 0 时，函数值应接近 1，表明点对高度相关；2）当距离超过相似容限较多时，函数值应趋近于 0，说明点对几乎无关。

在实际计算中，经典的样本熵方法多采用硬阈值隶属函数（Heaviside Function, HF）函数，即以某一阈值为界，对距离作出 0 或 1 的划分。这种函数形式简洁明了，表达式为

$$F(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant r\\ 0 & x>r\end{cases} \quad (18)$$

式中：x 为距离；r 为设定的相似容限；$F(x)$ 为对应的隶属度。

尽管这种方式直观易实现，但在点距临界值附近的轻微变化可能会导致结果突变，从而影响最终的熵值稳定性。此外，在面对信号复杂波动特征时，仅依赖固定的 0 与 1 取值无法全面刻画点对间的连续相似性关系。为克服这一问题，有学者提出了平滑过渡的物理隶属函数（Physical Fuzzy Membership Function, PFMF）隶属函数，PFMF 隶属函数曲线见图 3，其形式见式（19），其中红色虚线为数值分界线，能较好地替代传统的硬划分方法。

$$F(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant r\\ e^{-\ln 2(x/r)^2} & x>r\end{cases} \quad (19)$$

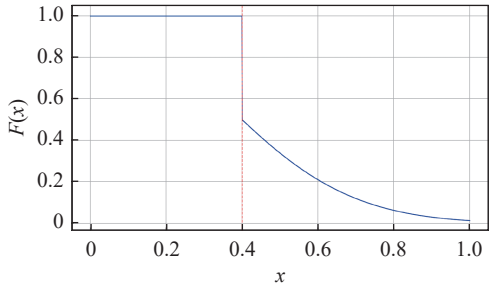


图 3　经典隶属函数曲线 PFMF

Fig. 3　Classic Membership Function Curve PFMF

PFMF 函数在距离超出阈值后，隶属度值会呈指数式平滑衰减，缓解了硬分割带来的突变问题，从而提升了高维数据下熵值计算的连续性和鲁棒性。然而，在具体应用中，由于信号中不可避免地存在随机扰动和测量误差，即使在阈值范围内，隶属度仍可能因距离微小差异而产生较大波动。虽然 PFMF 函数相比硬阈值法在表达连续相似性方面更具优势，但其对距离的敏感性仍限制了稳定性的进一步提升。因此，有必要进一步研究和优化适用于波动性序列的隶属函数形式，以提高计算结果的准确性和适用性。

3.2　改进 MMF 隶属函数

在样本熵中使用的隶属函数应满足 1 个关键性原则：当 2 个模式的距离接近 0 时，函数值应趋近于 1；而当距离变得非常大时，函数值应逼近 0。为更好地体现这一点，本文提出一种新的隶属函数形式——改进隶属度函数（Modified Membership Function, MMF），见图 4。

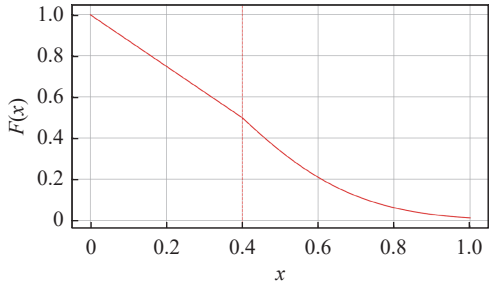


图 4　改进隶属函数曲线

Fig. 4　Improved Membership Function Curve

MMF 在处理距离小于给定阈值 r 的情况时，使用线性下降的方式反映相似性，体现出函数值与真实距离成反比的关系；而在距离大于 r 的部分，则采用指数衰减策略，以实现函数值的平滑减小。这种设计既能细腻捕捉近距离的相关变化，又在远距离时提供连续的函数过渡，提升了函数在不同距离段的表达能力。

函数定义：

$$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{x}{2r} & 0\leqslant x\leqslant r\\ e^{-\ln 2(x/r)^2} & x>r\end{cases} \tag{20}$$

3.3　函数识别性能对比

为评估本文所提隶属函数在提升样本熵估计效果方面的作用，应验证其在波动性识别方面的性能表现。由于真实信号序列的复杂程度及其波动水平往往难以提前获知，因此直接基于实测信号的评估不具代表性。为了更系统地分析不同函数模型在理论框架下的适应性，本文采用仿真信号数据进行标准化测试。通过与已知特性信号的对比，来验证函数的识别与估计能力。为确保不同工况与样本间信号幅值具有可比性，本文在特征计算前对原始振动信号进行了归一化处理。归一化后的信号幅值为无量纲量，其范围通常在[−1, 1]之间，用于减少幅值变化对熵特征与波动性评价的影响。本文采用 2 类混合 Sine-随机信号（简称“Sine 信号”）和混合 Logistic-随机信号（简称“Logistic 信号”）典型仿真信号进行测试。

1）Sine 信号

$$x_i=(1-m_i)\sqrt{2}\sin\left(\frac{2\pi i}{12}\right)+m_i n_i \tag{21}$$

式中：x_i 为信号；m_i 为均匀分布的二值随机变量，取值为 0 或 1，满足 $P(m_i=1)=p$；n_i 为服从均匀分布于区间$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$的噪声；p 为控制噪声出现的概率。

p 随着值增加，信号序列中随机扰动的程度上升，样本序列的波动性也随之增强。这一特性使得该类信号成为评估样本熵敏感性与波动反应能力的良好基准。其中，当 p=0.5 时，仿真序列的图像见图 5。

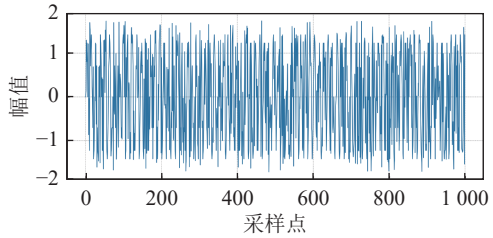


图 5　p=0.5 时的混合 Sine-随机信号

Fig. 5　Mixed Sine Random Signal at p=0.5

2）Logistic 信号

$$\begin{cases}x_i=(1-m_i)s_i+m_i n_i\\ s_{i+1}=\mu s_i(1-s_i)\end{cases} \tag{22}$$

式中：μ 为 Logistic 参数，μ=3.8。

当 p=0.5 时，仿真序列的图像见图 6。通过调节参数 p 的数值可灵活控制 2 类仿真信号中样本序列的波动程度，从而实现对评估性能的有效检验。

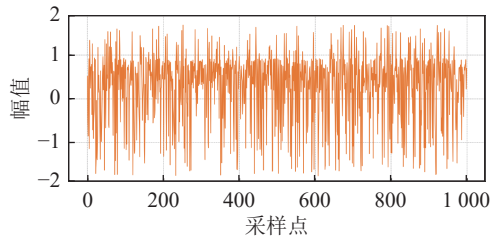


图 6　p=0.5 时的混合 Logistic-随机信号

Fig. 6　Mixed Logistic Random Signal at p=0.5

设置产生模拟信号的参数为：信号长度 N=1 000，采样间隔波动 Δt=1，参数 $p\in$[0, 0.1, 0.2,…, 1.0]，步长 0.1。进行 50 次重复试验，生成每种隶属函数方法的样本熵值，取这些熵值平均值和误差 ($\mu\pm\sigma$) 绘制成曲线，见图 7 和图 8。

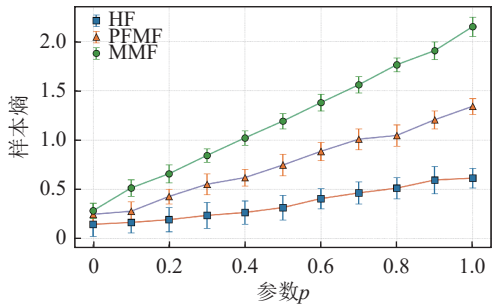


图 7　Sine 信号熵值随 p 值变化曲线

Fig. 7　Variation Curves of Sine Signal Entropy with p

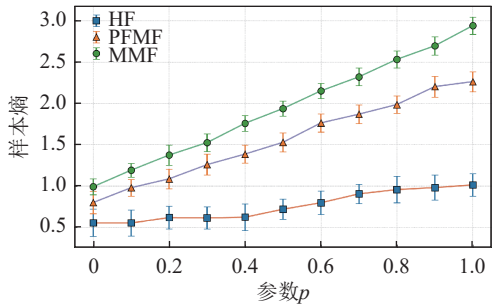


图 8　Logistic 信号样本熵值随 p 值变化曲线

Fig. 8　Variation Curves of Logistic Signal Entropy with p

为全面评价隶属函数性能，定义 Pearson 相关系数和灵敏度的量化指标。Pearson 相关系数可反映熵值随 p 变化的单调趋势；灵敏度可反映单位参数变化引起的熵值变化量，2 个量化指标计算数值见表 1。

1）Pearson 相关系数

Pearson 相关系数的计算式为

$$\rho=\frac{\sum_{i=1}^{n}(p_i-\overline{p})(S_i-\overline{S})}{\sqrt{\sum(p_i-\overline{p})^2}\sqrt{\sum(S_i-\overline{S})^2}} \tag{23}$$

式中：ρ 为 Pearson 相关系数；p_i 为参数 ρ 的第 i 个取值；S_i 为其对应的样本熵值；$\overline{p}$和$\overline{S}$分别为 p 与样本熵值的平均值。

2）灵敏度

$$\frac{\Delta S}{\Delta p}=\frac{S_{p+0.1}-S_p}{0.1} \tag{24}$$

式中：S_p 和 $S_{p+0.1}$ 分别为参数取 p 和 (p+0.1) 时的样本熵值；Δp 为参数步长，Δp=0.1。

由表 1 和图 7 和图 8 可知在 Sine 信号中，MMF 方法的熵值从 0.31 线性递增至 2.09，总体增幅约为 674%（斜率 k=1.785），相比 PFMF（增幅 550%，k=1.12）提升了 52%，相比 HF（增幅 500%，k=0.50）提升了 257%；在 Logistic 信号中，MMF 方法的熵值从 1.02 增至 2.89，增幅为 283%（k=1.870），且在 p＞0.8 区间保持了 0.98 的线性度，而 PFMF 和 HF 在该区间分别出现了 23% 和 41% 的响应衰减。

表 1　2 类典型仿真信号样本熵在不同隶属函数下的量化指标

Tab. 1　Quantitative Indicators of Entropy of Two Typical Simulation Signal Samples Under Different Membership Functions

信号类型	方法	相关系数	灵敏度
Sine	HF	0.987 9	0.468 7
	PFMF	0.997 0	1.095 7
	MMF	0.999 5	1.870 3
Logistic	HF	0.972 2	0.458 0
	PFMF	0.998 0	1.461 8
	MMF	0.999 6	1.947 6

3 种方法的样本熵随着参数 p 的增加呈现增大趋势，其中 MMF 方法的 Pearson 相关系数最大，表明其与信号变化的相关性最强。随着 p 值的增大，每种方法的误差带宽度也在增加，MMF 方法的误差带相比其他方法较窄，表明其具有更高的估计稳定性与一致性。在 Logistic 信号中，MMF 方法的灵敏度为 1.87，意味着每当 p 值变化 0.1 时，熵值响应将变化 18.7%。这一灵敏度比 PFMF（1.12）高出 67%，比 HF（0.50）高出 274%。这表明，MMF 方法在对信号变化的敏感度上具有明显优势，对于故障预警具有良好的应用前景。

4　波动性评价与分析

4.1　波动性量化评价框架

基于前文所述的 POD 推力轴承运行状态波动性量化方法，构建一个完整的波动性评价框架，实现对推力轴承运行状态的综合评估。该评价体系主要包括熵流构建、马尔可夫链多元累积和最小熵空间 3 个核心部分。熵流是描述系统随时间演化过

程中熵值变化的重要指标。对于 POD 推力轴承而言，通过对其运行状态信号序列在不同尺度下计算样本熵，可以形成一条熵流曲线，该曲线能够全面反映轴承运行状态的波动特性。熵流的构建过程如下：

1）对采集的推力轴承运行信号通过 DTW 算法提取波动差值序列，并根据式（17）所示的多尺度样本熵方法，计算不同尺度因子下的样本熵值，将滑动窗口下各时间位置对应的多尺度样本熵值按时间顺序排列，形成熵流。

$$E_{\mathrm{ES}}=\left\{E(\tau_1),E(\tau_2),\cdots,E(\tau_n)\right\} \tag{25}$$

2）在熵流构建过程中，时间窗口长度及粗粒化尺度范围直接影响样本熵估计的稳定性与状态变化的响应速度。本文对振动信号采用固定长度 L=1 024 的滑动时间窗口，并设置尺度因子 τ 为 1～10。最小尺度（τ=10）对应的有效样本数约为 102，满足样本熵参数 m=2 下的经验最小样本量要求，可保证多尺度熵在各尺度上的统计稳定性。在此基础上，为提高状态变化检测的实时性并降低预警滞后风险，窗口采用 50% 重叠方式（步长为 512 点）进行更新。上述参数设置在稳定性与实时性之间实现了较为合理的折衷，适用于 POD 推力轴承运行状态的连续监测与熵流分析。熵流曲线的形态特征可以反映轴承运行状态的变化趋势。一般来说，正常状态下的熵流曲线相对平稳，而故障或劣化状态下的熵流曲线会出现明显的波动或异常变化。

为了对熵流进行量化评估，引入马尔可夫链对熵流进行建模和分析。马尔可夫过程具有无记忆性特征，即系统的未来状态只与现阶段的状态相关，而不需要考虑之前经历的状态。这一特性适合于描述 POD 推力轴承状态的演变过程。

将熵流序列离散化为有限个状态，构建状态转移矩阵 $\boldsymbol{P}$：

$$\boldsymbol{P}=\left[p_{ij}\right]_{G\times G} \tag{26}$$

$$p_{ij}=\frac{n_{ij}}{\sum_{k=1}^{G}n_{ik}} \tag{27}$$

式（26）和式（27）中：p_{ij} 为系统从状态 i 转移到状态 j 的概率；G 为状态总数；n_{ij} 为从状态 i 转移到状态 j 的次数统计。

3）基于状态转移矩阵，计算熵流的多元累积统计量 C_k，计算式为

$$C_k=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}p_{ij}\left(E_j-\overline{E}\right)^k \tag{28}$$

式中：C_k 为 k 阶累积量；E_j 为状态 j 对应的熵值；$\overline{E}$为熵值的平均值。

4）多元累积统计量能够提取熵流分布的高阶特征，其中：C_1 反映熵流的平均水平；C_2 反映熵流的离散程度；C_3 反映熵流分布的偏斜度；C_4 反映熵流分布的峰度。通过对这些累积统计量的监测，可及时发现轴承运行状态的异常变化。

基于最小熵空间原理可构建轴承运行状态的结果空间，实现对轴承运行状态的综合评价。最小熵空间原理认为：系统在正常状态下具有最小的熵增率，而故障或劣化状态下熵增率会明显增大。

基于历史数据，构建正常状态下的熵空间基准区域 Ω_{normal}：

$$\Omega_{\mathrm{normal}}=\left\{\left(C_1,C_2,C_3,C_4\right)\middle|C_k\in\left[L_k,U_k\right],k=1,2,3,4\right\} \tag{29}$$

式中：L_k 和 U_k 分别为控制下限和控制上限，由历史正常运行数据的统计分布确定。

5）计算当前运行状态的熵空间向量和基准区域的马氏距离 D：

$$\begin{cases}D=\sqrt{(\boldsymbol{C}-\overline{\boldsymbol{C}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{C}-\overline{\boldsymbol{C}})}\\ \boldsymbol{C}=(\boldsymbol{C}_1,\boldsymbol{C}_2,\boldsymbol{C}_3,\boldsymbol{C}_4)\end{cases} \tag{30}$$

式中：$\boldsymbol{C}$ 为当前状态的累积统计量向量；$\overline{\boldsymbol{C}}$为正常状态下累积统计量的平均向量；$\boldsymbol{\Sigma}$ 为协方差矩阵。

6）基于马氏距离可划分轴承运行状态为 3 类：1）正常状态：$D<D_{\mathrm{threshold1}}$；2）劣化状态：$D_{\mathrm{threshold1}}\leqslant D<D_{\mathrm{threshold2}}$；3）故障状态：$D_{\mathrm{threshold2}}\leqslant D<D_{\mathrm{threshold3}}$。其中，$D_{\mathrm{threshold1}}$、$D_{\mathrm{threshold2}}$ 和 $D_{\mathrm{threshold3}}$ 为预先设定的阈值；并将阈值设定为 10、20 和 30。

阈值的确定遵循以下 3 个原则。

1）基于正常样本的统计分布特性。通过计算大量正常运行数据的马氏距离 D 分布，选取其上置信边界作为正常与预警之间的分界，即约取为 10，以确保正常状态下的误警率保持较低水平。

2）结合状态偏移幅度的可辨识性。当设备出现轻微性能下降时，D 会呈现持续升高。通过分析劣化阶段样本的距离增幅，选取能明显区分预警与劣化区间的典型值作为第 2 阈值，确定为 20。

3）依据故障阶段分布的显著偏离程度。故障状态下的 D 偏离正常基线最为显著。根据故障样本的最小偏移距离及工程安全冗余，将劣化与故障的分界设定为 30，以确保故障状态能够被准确识别，并降低漏检概率。

综上所述，阈值 10/20/30 由正常、劣化与故障样本的统计分布差异确定，能够实现不同状态间的显著区分，并保证预警与故障识别的可靠性。

4.2 波动性量化评价试验

为验证上述方法的有效性，本文基于 Python 语言实现了仿真试验。试验中，采用了 3 种不同状态的轴承信号生成方法，分别为正常信号，劣化信号和故障信号，且考虑到 POD 推力轴承实际运行

面临轴向-径向载荷耦合、船体振动等复杂干扰，本文将此类干扰表现为在信号上叠加随机噪声与脉冲干扰。其中，正常信号 $x_n(t)$ 利用正弦函数及轻微调制生成，叠加小幅随机噪声与少量脉冲干扰，其表达式为

$$\begin{cases} x_n(t) = T_1(T_2+T_3) + 0.05\eta(t) + I_n(t) \\ T_1 = 1 + 0.03\sin(2\pi - 0.03t) \\ T_2 = \sin\{2\pi f[1 + 0.02\sin(0.1\pi t)]t\} \\ T_3 = 0.5\sin(4\pi f t + 0.1) + 0.1\sin(6\pi t) \end{cases} \tag{31}$$

式中：f 为信号基频；t 为时间；$\eta(t)$ 为服从标准正态分布的随机噪声；$I_n(t)$ 为发生概率约为 1% 的随机脉冲干扰；$T_1 \sim T_3$ 为计算参数。

为了体现轴承退化过程中信号复杂度逐渐增加的特性，劣化状态信号 $x_d(t)$ 在基本正弦信号基础上引入了幅值变化、逐步增强的噪声以及较频繁的脉冲干扰，其数学表达式为

$$\begin{cases} x_d(t) = \sin(2.2\pi f t) + 0.6\sin(4.4\pi f t) + \sigma(t) + I_d(t) \\ \sigma(t) = 0.15[1 + \delta t/T]s(t) \end{cases} \tag{32}$$

式中：$\sigma(t)$ 为随着时间 t 逐渐增大的噪声干扰；$s(t)$ 为标准正态分布随机变量；δ 为劣化因子；$I_d(t)$ 为发生概率约为 5% 的随机脉冲干扰。

在故障状态下，轴承信号除包含由频率偏移和幅值变化构成的主振分量外，还叠加了较大幅值的噪声、周期性故障特征分量以及高幅值脉冲干扰，故障状态信号 $x_f(t)$ 其表达式为

$$\begin{aligned} x_f(t) = {} & \sin(3\pi f t) + \sin(6\pi f t) + 0.8\eta(t) + \\ & \sin(2\pi f_a t)[1.2 + 0.8\xi(t)] + I_f(t) \end{aligned} \tag{33}$$

式中：$\eta(t)$ 和 $\xi(t)$ 均为服从标准正态分布的随机变量；f_a 为故障特征频率；$I_f(t)$ 为发生概率约 15% 的高幅值脉冲干扰。

根据仿真试验结果绘制了 3 种状态下的原始信号波形图，见图 9。由图 9 可知，正常状态下的信号呈现规则的周期性波动，波形平滑且噪声较小；劣化状态信号则伴随着逐步增大的噪声干扰与不规则脉冲，表明系统内部发生了一定的异常；故障状态信号中噪声水平和冲击幅值显著提高，波形混乱且具有突变特征。

基于生成的信号数据，进一步计算不同尺度因子下的样本熵，并采用误差棒图形式展示，见图 10。由图 10 可知，正常状态下，多尺度样本熵值较低且随尺度变化平稳，反映出信号的低复杂性；劣化与故障状态下，样本熵值明显增大，且在高尺度时差异更加突出，说明信号复杂度和不确定性显著增加。该结果验证了改进的多尺度样本熵能够有效捕捉信号状态变化差异。

进一步绘制各状态下的熵流曲线，其中样本是按照正常状态、劣化状态和故障状态的顺序排列的，横坐标是样本索引，见图 11。由图 11 可知，各运行状态之间呈现出清晰的分界特征，状态区分度较高，说明熵流作为运行状态区分依据鲁棒性强。正常状态下熵流曲线平稳，统计量波动较小；劣化状态下，熵流出现一定的波动，表明此时轴承状态发生变化；故障状态熵流曲线明显波动，且统计量中偏度和峰度值出现明显变化。

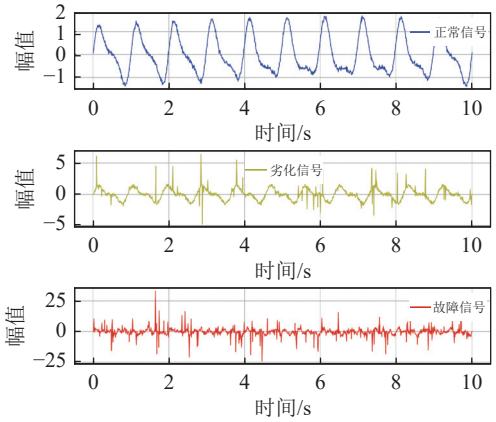


图 9　不同状态轴承信号的波形图

Fig. 9　Waveform Diagram of Bearing Signals in Different States

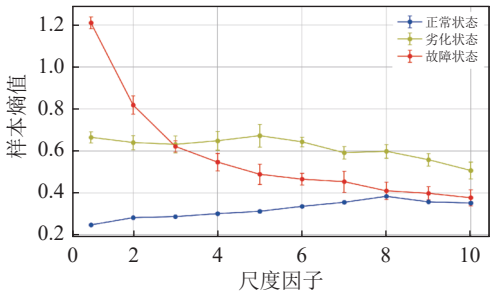


图 10　不同状态轴承信号的改进多尺度样本熵值

Fig. 10　Improved Multi-Scale Sample Entropy Values of Bearing Signals in Different States

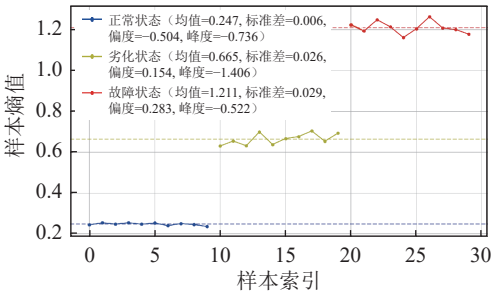


图 11　仿真信号的熵流曲线图

Fig. 11　Entropy Flow Curve of Simulated Signal

对离散化后的熵流构建状态转移矩阵，并以热力图形式展示，见图 12。由图 12 可知，正常状态比较稳定，从状态 1 转移回状态 0 的概率为 1，而从状态 0 转移至状态 1 为 0.8，其余位置几乎为 0，

表明系统在正常状态下更倾向于维持或回到同一状态；相比之下，劣化状态的转移分布明显分散，如从状态 1 至状态 2 的概率为 0.5，从状态 1 至状态 3 的概率为 0.50，从状态 2 转移至状态 3 的概率达到 0.2，说明系统更易在不同状态间跳转，波动性增大；而在故障状态下，部分跃迁概率集中于特定状态，如从状态 3 转移至状态 4 的概率达 0.67，表明系统常被强烈冲击或异常扰动所驱动，频繁跳转至更高熵值的故障状态，说明了故障阶段的高不稳定性与显著的状态偏移。

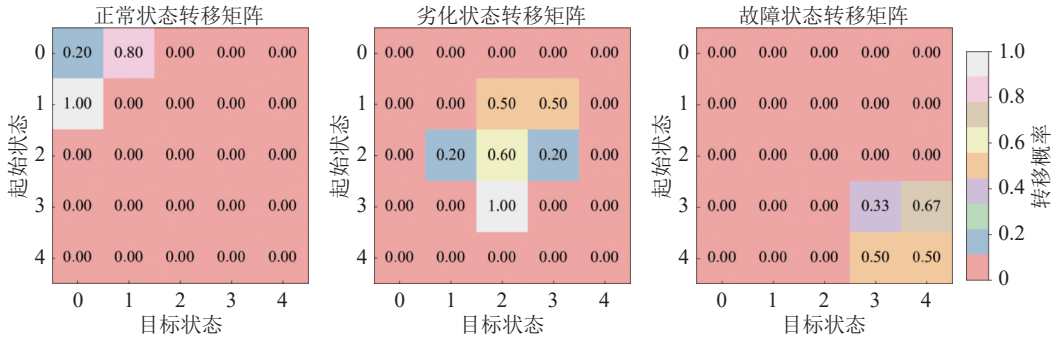


图 12　不同状态轴承信号的转移矩阵图

Fig. 12　Transition Matrix of Bearing Signals in Different States

通过计算各状态下的马氏距离（结合累积统计量与协方差矩阵），利用柱状图直观展示（见图 13）。图 13 中标注了预警、劣化和故障状态的阈值线。正常信号的马氏距离远低于预警阈值，符合预期；劣化状态信号的距离处于预警与故障之间，提示系统已开始出现异常；故障状态信号的距离显著高于故障阈值，证明系统已进入严重异常阶段。

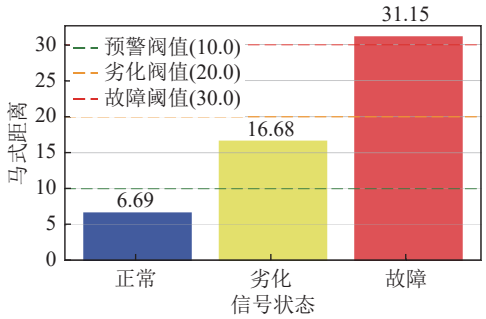


图 13　不同状态轴承信号的马氏距离

Fig. 13　Mahalanobis Distances of Bearing Signals Under Different Conditions

此外，鉴于 POD 推力轴承状态监测需满足在线实时分析要求，本文对所提波动性评价方法的计算效率进行了测试与分析。在中央处理器（Central Processing Unit, CPU）平台（Intel 系列处理器）上，对单段长度为 1 024 点的振动信号进行处理，完整流程包括多尺度粗粒化（尺度因子 1～10）、样本熵计算、MMF 隶属度函数求取以及基于马氏距离的状态判别。结果表明，单窗口数据的总处理时间约为 3.8 ms。在采用 50% 重叠滑动窗口、采样率为 20 kHz 的条件下，系统整体分析延迟约为 29 ms，能够满足推力轴承在线状态识别与实时预警的需求。上述结果表明，所提方法在保证波动性评价精度的同时，具有较低的计算复杂度和良好的实时性，适合部署于船舶现场监测系统及边缘计算平台中。

5　结论

本文围绕 POD 推力轴承的运行状态波动性评价展开深入研究，在波动性评价方面，采用 DTW 算法提取轴承运行信号的波动差值，并引入 SE 和 MSE 对信号的复杂度和非平稳性进行定量分析。针对现有样本熵硬阈值函数在距离度量准确性上的局限性，提出了一种新的隶属函数——MMF。试验表明，相较于传统的硬阈值函数 HF 和平滑隶属函数 PFMF，MMF 在信号变化的敏感性和熵值计算的稳定性方面表现更优，能够更准确地表征推力轴承运行状态的波动性。此外，通过熵流构建和马尔可夫链建模，实现了对轴承运行状态的综合评估，并提出基于最小熵空间原理的状态划分方法，从而实现轴承状态的智能化识别。

需要指出的是，本文的对比分析主要围绕样本熵计算过程中隶属函数形式对波动性量化结果的影响展开，重点关注不同隶属函数在熵值单调性、灵敏度及稳定性方面的差异。因此，对比对象选取传统硬阈值隶属函数（HF）和平滑型隶属函数（PFMF），以突出所提 MMF 在同一波动性评价框架内的改进效果。与近年来广泛应用于轴承状态监测的深度学习方法（如 CNN、Transformer 等）相比，本文方法在研究目标和应用侧重点上存在显著差异。深度学习方法通常以故障模式识别或状态分类为核心目标，依赖大规模标注数据进行端到端训

练，其性能更多体现在分类准确率和泛化能力上；而本文提出的以熵特征与状态演化建模为核心的波动性评价方法旨在对轴承运行信号的动态波动特征进行可解释的定量刻画，侧重于状态演化趋势分析与早期异常感知，而非以监督式分类作为主要研究目标。

相比之下，基于多尺度样本熵和改进型隶属函数（MMF）的波动性量化方法无需复杂模型训练过程，对样本规模和先验标签依赖较低，计算复杂度相对较小，因此更适用于在线监测和实时预警场景。在此背景下，本文的研究重点为波动性评价框架内部关键环节的改进与验证。需要指出的是，本文方法与深度学习模型并非相互替代关系，而具有较强的互补性。未来工作中，可将所提波动性熵特征作为深度学习模型的输入或辅助判据，实现数据驱动方法与物理可解释评价方法的融合，以进一步提升复杂工况下 POD 推力轴承状态监测的可靠性。

参考文献：

[1] 马骋. 吊舱推进技术[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2007.
MA C. Podded Propulsion Technology[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2007.

[2] 柳晨光, 初秀民, 谢朔, 等. 船舶智能化研究现状与展望[J]. 船舶工程, 2016, 38(3): 77-84.
LIU C G, CHU X M, XIE S, et al. Review and Prospect of Ship Intelligence[J]. Ship Engineering, 2016, 38(3): 77-84.

[3] MA F X, ZHENG K, LI Z H, et al. A High-Fidelity Monitoring Method for Stress Distribution in Gravity-Based Offshore Wind Turbine Towers Using a Well-Conditioned Orthogonal Basis Expansion Model[J]. Ocean Engineering, 2025, 325: 120884.

[4] YAN J, ZHENG K, ZHANG M, et al. An Enhanced Lévy Flight Quantum Particle Swarm Optimization for Stress Monitoring in Jacket Wind Turbines[J]. Ocean Engineering, 2025, 324: 120704.

[5] YAN J, ZHANG M, SUN L H, et al. Shape Sensing of a Wind Turbine Tower Based on a One-Sided Four-Node Quadrilateral Inverse Shell Element with a Coupling Functional[J]. Thin-Walled Structures, 2025, 215: 113577.

[6] ZHANG M, XU W D, XIE Y G. A Leak Sensing Method for Offshore Oil Pipeline Using Acoustic Emission Signals and Machine Learning[J]. Ocean Engineering, 2025, 336: 121768.

[7] ZHANG M, TIAN Q Y, XU W D, et al. A Pipeline Leakage Sensing Method for Offshore Platform Through Improved Neural Networks[J]. Ocean Engineering, 2025, 339: 122200.

[8] LI Z H, ZHANG M, MA F X, et al. A Reconstruction Method for Structural Stress Distribution of Wind Turbine Tower Using Optimised Mathematical Model[J]. Ocean Engineering, 2024, 301: 117562.

[9] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological Time-Series Analysis Using Approximate Entropy and Sample Entropy[J]. American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology, 2000, 278(6): H2039-H2049.

[10] COSTA M, GOLDBERGER A L, PENG C K. Multiscale Entropy Analysis of Complex Physiologic Time Series[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(6): 068102.

[11] LONG Y, PANG Q, ZHU G, et al. Remaining Useful Life Prediction of Rolling Bearings Based on Refined Composite Multi-Scale Attention Entropy and Dispersion Entropy[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2026, 240(2): 623-638.

[12] LI W, SHEN X, LI Y. A Comparative Study of Multiscale Sample Entropy and Hierarchical Entropy and Its Application in Feature Extraction for Ship-Radiated Noise[J]. Entropy, 2019, 21(8): 793-805.

[13] ZHENG J D, JIANG Z W, PAN H Y. Sigmoid-Based Refined Composite Multiscale Fuzzy Entropy and t-SNE Based Fault Diagnosis of Rolling Bearing[J]. Measurement, 2018, 129: 332-342.

[14] SONG H, LYU Y, YUAN R, et al. Amplitude-Based Multiscale Reverse Dispersion Entropy: a Novel Approach to Bearing Fault Diagnosis[J]. Structural Health Monitoring, 2024, 23(5): 3063-3083.

[15] MAO M J, JIANG Z W, TAN Z F, et al. Tilting Pad Thrust Bearing Fault Diagnosis Based on Acoustic Emission Signal and Modified Multi-Feature Fusion Convolutional Neural Network[J]. Sensors, 2025, 25(3): 904-912.

[16] XIAO H J, MANDIC D P. Variational Embedding Multiscale Sample Entropy: a Tool for Complexity Analysis of Multichannel Systems[J]. Entropy, 2022, 24(1): 26-36.

[17] 傅勤毅, 章易程, 应力军, 等. 滚动轴承故障特征的小波提取方法[J]. 机械工程学报, 2001, 37(2): 30-32.
FU Q Y, ZHANG Y C, YING L J, et al. Extraction of Failure Character Signal of Rolling Element Bearings by Wavelet[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2001,

37(2): 30-32.

[18] 梁霖, 徐光华. 基于自适应复平移 Morlet 小波的轴承包络解调分析方法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(10): 151-155.
LIANG L, XU G H. Optimal Envelope Demodulation Method Based on Adaptive Complex Shifted Morlet Wavelet in Bearing Diagnosis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(10): 151-155.

[19] 王宏超, 陈进, 霍柏琦, 等. 强抗噪时频分析方法及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(1): 90-96.
WANG H C, CHEN J, HUO B Q, et al. Noise-Resistant Time-Frequency Analysis Method and Its Application in Fault Diagnosis of Rolling Bearing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(1): 90-96.

[20] 付强, 易学良, 符栋梁. 基于交叉注意力机制融合声-振信号的轴承故障诊断[J]. 船舶工程, 2025, 47(9): 87-95.
FU Q, YI X L, FU D L. Bearing Fault Diagnosis Based on Cross-Attention Mechanism for Fusion of Acoustic and Vibration Signals[J]. Shipbuilding Engineering, 2025, 47(9): 87-95.

[21] ZHANG M, YU Y, TIAN Q Y, et al. Deep Learning Framework with Dynamic Oscillatory Spatial Attention for Thrust Bearing Fault Diagnosis in Podded Propulsors[J]. Ocean Engineering, 2026, 343: 123483.

[22] YADAV M, ALAM M A. Dynamic Time Warping (DTW) Algorithm in Speech: a Review[J]. International Journal of Research in Electronics and Computer Engineering, 2018, 6(1): 524-528.

[23] COSTA M, GOLDBERGER A L, PENG C K. Multiscale Entropy Analysis of Biological Signals[J]. Physical Review E-Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics, 2005, 71: 021906.