

驻波中的拍现象

张文号

(华中科技大学物理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要 信息化时代资源充沛、知识日新月异,但物理概念和理论原理亘古不变。如何在课堂上将枯燥乏味的物理公式和繁琐抽象的物理规律,转化为直观和动态的演示效果;并调动学生的学习热情,激发其创新精神,已成为大学物理课程所面临的难题和挑战。本文以“多个振动和行波的合成”为例,借助 Matlab 软件来构建可视化的物理演示平台,动态展示了拍现象和驻波的物理过程,并通过微弱地调节振幅、频率、波速等参数,探究了常规驻波在叠加拍效应后其振幅、相位、能量的演化规律和可视化分析。此外,本文还进一步引入交互式操作界面来展示复杂运动的图像化和声音输出等虚拟演示实验。这些教学尝试在拓展学生空间想象力的同时,有利于立体化构建科学思维,并引导学生自主动手实践,自行查阅文献资料,自由探索更丰富的物理现象和自然世界。

关键词 Matlab; 可动态可视化; 振动与被; 拍; 驻波

BEATING PHENOMENON IN STANDING WAVES

ZHANG Wenhao

(School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074)

Abstract In the information age, resources are abundant and knowledge is rapidly updating, but the basic physical concepts and theoretical principles remain immutable. How to transfer mundane physical formulas and complicated physical laws into intuitive and dynamic demonstrations during the classroom teaching process, as well as igniting students' enthusiasm to stimulate their in-depth thought have become a problem and challenge faced by College Physics. In this paper, we take “the composition of multiple vibrations and travelling waves” as an example, using Matlab software to build a visual physics demonstration platform, dynamically demonstrating the physical processes of beats and standing waves. By slightly adjusting parameters such as amplitude, frequency, and wave speed, the evolution laws and visual analysis of amplitude, phase, and energy of conventional standing waves after the superposition of beat effects are explored. Further, an interactive operation interface is introduced to display the visualization of complex motion and sound output of virtual demonstration experiments. These pedagogical endeavors can greatly enhance students' spatial imagination with expand three-dimensional scientific thinking. Simultaneously, such teaching attempts encourage and guide students to search for related literatures and independent practice, which further promotes their engagements in freely exploring a broader array of physical phenomena in the natural world.

Key words Matlab; dynamically visualized; vibration and wave; beating; standing wave

收稿日期: 2024-04-01

基金项目: 华中科技大学 2024 年教学研究项目, 专项项目“基于 Matlab 探索工科大学物理课程的可视化教学”(2024030)。

作者简介: 张文号, 华中科技大学物理学院副教授, wenhaozhang@hust.edu.cn。

引文格式: 张文号. 驻波中的拍现象[J]. 物理与工程, 2024: 网络首发。

Cite this article: ZHANG W H. Beating phenomenon in standing waves[J]. Physics and Engineering, 2024: online first. (in Chinese)

大学物理课程中振动与波的知识点,不仅是前序质点力学运动章节的深化与扩展,而且为后续关于波动现象、电磁波以及光学规律的探讨提供了基础理论框架。在教学过程中,起到承上启下和前后衔接的关键性作用。其基本规律也是理解分析自然界中诸多物理现象的基石,构建了连接经典物理与现代量子物理的桥梁。因此,对于学生而言,掌握其知识要点显得十分关键,对培养学生的直觉思维和物理图像具有重要意义^[1-3]。在教学实践过程中,尽管老师可通过理论结合实践,提供大量演示实验(如音叉、共振、弦驻波等)来直观生动地展示其物理模型和规律;但学生在学习过程中却普遍反映:该章节理论难度大、知识点庞杂繁多、涉及数学运算繁琐^[4]。此外,由于一切复杂运动可视作一系列简谐振动与波的合成,如何正确理解复杂的周期性现象,也面临诸多的难度和挑战。

作者在教学实践过程中,引入 Matlab 数值模拟和计算工具,通过构建形象化的物理图像,并结合音、视、动画和演示实验资源,全方位直观地呈现复杂振动与波的合成所涉及的理论概念、实验现象和物理模型全过程。这种教学策略十分贴近学生的实际需求,可促进其积极思考,增强其学习的内驱力,鼓励和引导学生从生活中发掘有趣的物理现象和规律。本文以振动中的拍现象和波动中的驻波为例,直观清晰地展现复杂运动的可视化分析,帮助学生提升对物理现象的洞察力和分析力,从而促进其自主学习和动手实践。

1 振动及其拍现象

振动和波是两个紧密相关的概念。我们首先要厘清它们的关系和区别。它们都是由质点所运动产生的周期性行为,体现了能量守恒原理。明显性的区别则表现在:振动是单个质点的局部运动,波则是振动在空间上的拓展,是振动的集体表现和传播形式^[3]。

对于简谐振动的合成和复杂运动的分解,一般考虑:(1)同方向同频率;(2)同方向不同频率;(3)不同方向同频率;(4)不同方向不同频率,这四种基本情况。比如,考虑两个同方向频率差别不大的简谐振动的叠加: $x_1 = A_1 \cos [\omega_1 t + \varphi_1]$, $x_2 = A_2 \cos [\omega_2 t + \varphi_2]$ 。为简便起见,令振幅 $A_1 = A_2 = A$, 初始相位 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。则合振动: $x = x_1 +$

$x_2 = 2A \cos \left[\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right] \cos \left[\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \right]$ 。也就是,质点在平衡位置周期性运动的同时,合振动的振幅也在周期性变化,对外展现出的强度忽强忽弱,形成所谓的拍现象^[4]。

课堂上通常利用两个固有频率比较接近的音叉演示声波的拍实验,形成一阵一阵的节拍。稍微改变其中一个音叉的频率,产生的拍频($\nu = \nu_2 - \nu_1$)也随之改变。但是,以上演示实验的参数无法精确调节,且随机性较强,只能得到定性的结论,无法在定量上进行描述。为此,我们用 Matlab 产生三个振幅和频率不同的简谐振动(x_1, x_2, x_3),如图 1(a)所示。其中: $A_1 = A_2 = A_3 = 5\text{m}$, $\omega_1 = 10\text{rad/s}$, $\omega_2 = 12\text{rad/s}$, $\omega_3 = 15\text{rad/s}$ 。将振幅和频

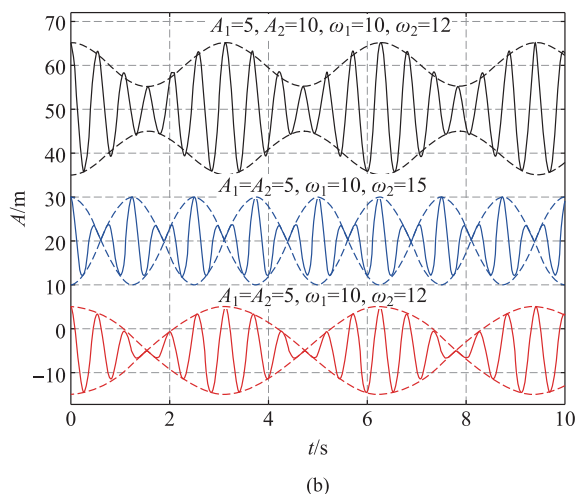
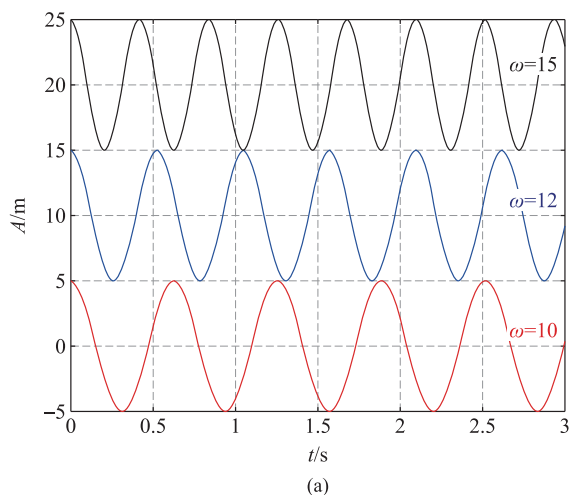


图1 不同简谐振动及其合振动所形成的拍现象

(a) 中从下往上依次是 x_1, x_2, x_3 , 其振幅和初始相位均相同,但频率存在微小差异;(b) 中从下往上依次是 $x_1 + x_2$ (振幅相同,频率差小), $x_1 + x_3$ (振幅相同,频率差大), $x_1 + 2x_2$ (振幅不同,频率差小)。虚线为各个合振动振幅的包络线

率分别作为每个振动的可调参数,它们两两相加后的振动波形如图 1(b)所示。显然,对比 $x_1 + x_2$ (红色)和 $x_1 + x_3$ (蓝色)可知:尽管都出现了振幅周期性的调制,但频率差($\omega_1 - \omega_2$)越大,周期越短,拍越难以分辨。这其实对应于音叉实验中,只有两个声源的频率比较接近,才能显著地观察到拍现象。

另外,当两者的振幅不在相等时($A_1 \neq A_2$ 或 $x_1 + 2x_2$,如黑线所示),尽管拍频维持不变($\omega_2 - \omega_1$),但振幅的最大值与最小值减小,强弱对比度变小,导致人耳所听到拍的效果将显著减弱。其数学表达为: $x = x_1 + x_2 = 2A_1 \cos \left[\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right] \cdot \cos \left[\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \right] + (A_2 - A_1) \cos(\omega_1 t)$ (假设 $A_2 > A_1$)。这相当于在原本振幅相同的拍振动基础上,再叠加一个频率接近的 $(A_2 - A_1) \cos(\omega_1 t)$ 简谐

振动^[5] ($\omega_1 \approx \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$)。该振动削弱了“理想”的拍效应(振幅相同频率相近),和图 1(b)中拍振幅对比度下降的结论相一致。

从以上结果可知,想要在音叉演示实验中获得较清晰显著的拍振荡,需要尽可能做到:(1)两个声源的频率尽可能接近;(2)两者的振幅也应该尽量一致。可见,这种多参数的调节对比,可以帮助我们反馈该如何更有效地做好演示实验。

2 多列波的叠加与可视化

更进一步,我们可以将以上合成推广至多个简谐振动的叠加,并借助 Matlab 中的图形用户界面(GUI)^[6],进一步合成三个不同振动的复杂运动,如图 2(a)所示。运用 GUI 生成的可视化交互

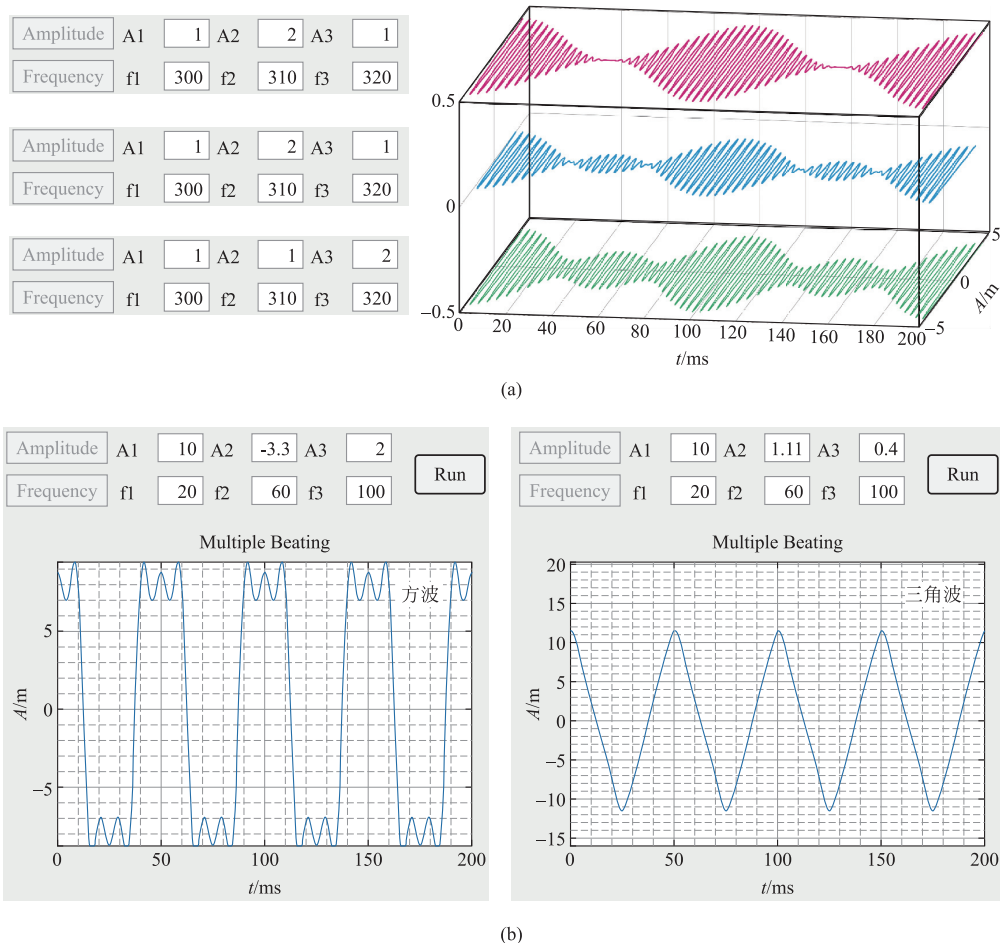


图 2 利用 GUI 界面合成复杂波形

(a) 左:输入三个不同参数(振幅或频率)波,右:叠加后在不同时刻的波形图。这里用三组不同的参数进行对比,频率比均为 300 : 320,但振幅比分别为:1 : 2 : 1(上),1 : 1 : 1(中),1 : 1 : 2(下);(b) 方波和三角波的傅里叶分解。根据任意波形傅里叶变换的数学表达式,可以输入其前三项的频率和振幅(区分正负)。运行后即可显示该波形的近似图像

式操作界面,我们可以避免繁琐复杂的代码,而是直观地显示输入参数、进行输出操作,以及显示结果,轻松实现了“所见即所得”。对比图 1 中两波合成的拍现象可知,针对三个简谐振动的合成时,可以更精细地调节“拍”的形状和强度。如让振幅极小的持续时间更长,构造周期性的振幅次极大等。很容易将这种模式推广至 N 个振动叠加,可生成更多复杂的波形,如方波、三角波、锯齿波、脉冲波等等,如图 2(b) 所示。其数学本质是傅里叶变换,该理论已在信号处理、图像增强、音视频分析等领域得到广泛应用,并且已有大量的教学文献进行分析和讨论^[3,5,7],此文不再赘述。

此外,借助 Matlab 的音频和声学功能,我们还可以将以上的视觉图像转化为听觉体验,极大地拓展和丰富了“音叉”等演示实验^[8]。利用 GUI 产生不同音频效果的具体实例可参见附件 1^①。甚至可以基于乐谱基础知识的基频和变调,通过构建不同的音调和节拍,并调节合适的采样率和频域滤波,模拟特定的音色来演奏音乐。设计这类虚拟实验不受现实中实验仪器和条件的限制,演示过程中强弱音交替、时远时近的音量变化,辅之以不同的音律或消音处理,给人带来身临其境的听觉感受,能极大地激发学生的学习兴趣 and 热情。

3 行波和驻波

行波是由振动波源在介质中持续传播的简谐振动,其波峰和波谷沿传播方向不断移动,波形整体保持不变,表现为波的形式向前行进。当行波遇到边界或障碍物后反射回来,并与入射波相遇时会叠加形成驻波。反射波和入射波相向而行,其频率、振幅相同,而传播方向相反。考虑这两列波的表达式: $y_1(x, t) = A_1 \cos \left[\omega_1 \left(t - \frac{x}{u_1} \right) + \varphi_1 \right]$, $y_2(x, t) = A_2 \cos \left[\omega_2 \left(t + \frac{x}{u_2} \right) + \varphi_2 \right]$, 令振幅 $A_1 = A_2 = A$, 频率 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, 初始相位 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。则合振动: $y = y_1 + y_2 = 2A \cos \left[\frac{\omega}{u} x \right] \cos[\omega t]$ 。其简谐行波和驻波在不同时刻的波形如图 3 所示。由于两列波总是相反振动,驻波有几个典型的特征^[2,9,10]: (1) 存在相互抵消的波节和振动最剧烈的波腹。波节始终不振动(图 3(b) 中的黑点),而波腹的振幅是单个波源的两倍。(2) 空间上,波节

和波腹位置交替出现,周期均为 $\frac{\lambda}{2}$, 两者间相邻的距离为 $\frac{\lambda}{4}$ 。(3) 相邻波节之间各个质点的振动相位相同,同一个波节两侧的振动相位相反。(4) 驻波内波节与波腹的动能和势能相互转换,不对外传递能量。

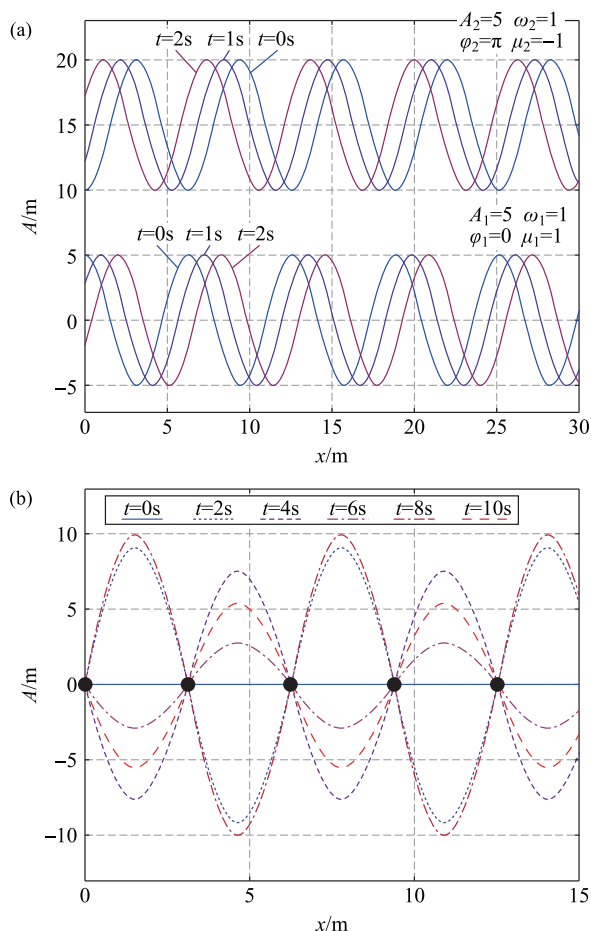


图 3 两列相向而行的简谐波及其驻波

(a) 两列简谐波在不同时刻的波形图,其振幅、频率和波速相同,但传播方向和相位相反;(b) 驻波在不同时刻的波形图。黑点即为波节所在位置,始终保持不动。波腹的振幅是单列波两倍大小

类似于上述拍现象的讨论,人们自然地很好奇:如果两列波不仅仅是传播反向,其他的参数也发生微小变化时,是否还能形成驻波? 以上四个特征是否还能继续保持? 目前的文献中均尚未有相关分析或报道。为此,我们同样利用 Matlab 产生 5 列不同参数的行波: $y_i(x, t) = A_i \cdot$

① 本文附件 1~3 可至《物理与工程》网站 (<http://gkwl.cbpt.cnki.net>)“免费下载库”下载。

$\cos \left[\omega_i \left(t - \frac{x}{u_i} \right) + \varphi_i \right]$, 其具体参数如表 1 所示:

$y_1 + y_2$ 即为图 3 中所展示的常规驻波。

表 1 5 个不同行波的参数对照表

各个行波的参数	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
振幅 A/m	5	5	5	5	5
频率 $\omega/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	1	1	1.2	1	1.2
波速 $u/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1	-1	-1	-1.2	-1.2
相位 φ	0	π	π	π	π

图 4 分别展示了当两列相向而行的简谐波取不同频率和波速时叠加而成的波形图(动图可参见附件 2)——(a) $y_1 + y_3$: 不同频率同波速; (b) $y_1 + y_4$: 同频率不同波速; (c) $y_1 + y_5$: 不同频率不同波速。我们可以对比图 3 中的常规驻波来逐一检验其四个特征。显然, 这三种情况同样存在振幅剧烈增大或减弱的质点, 并且也交替出现。

但是这些点并不是空间是静止不动的, 而是随时间在传播。可见: 频率或者波速的变化导致振幅大小不再是恒定不变, 而是在空间上存在振幅包络, 类似于拍现象中振幅的周期性变化(图 1)。如图 4(a)~(c)中, 从 0~3s 内(相邻曲线间隔 0.1s)似乎确实存在始终不振动的波节(黑点所示)。但扩展至更长的时间维度, 这种“波节”仍然在以极慢的速度向负方向运动, 如图 4(d)~(f)中用圆形区域标示。仔细对比可知, 此“波节”的运动方向, 取决于两波的角频率之差, 而非传播速度之差。即: 当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时, 无论 u_1 与 u_2 是否相等“波节”均会随时间而移动。此时, “驻波”不再驻守不动, 而重新变成定向传播, 但又比原来的行波速度慢得多。相应地, 各个振动质点的相位关系不再是简单的同相或者反相, 同其相邻“波节”内的能量也不再守恒。与此相反, 只要 $\omega_1 = \omega_2$, 如图 4(e), 则“波节”仍和常规驻波一样保持固定, 相位

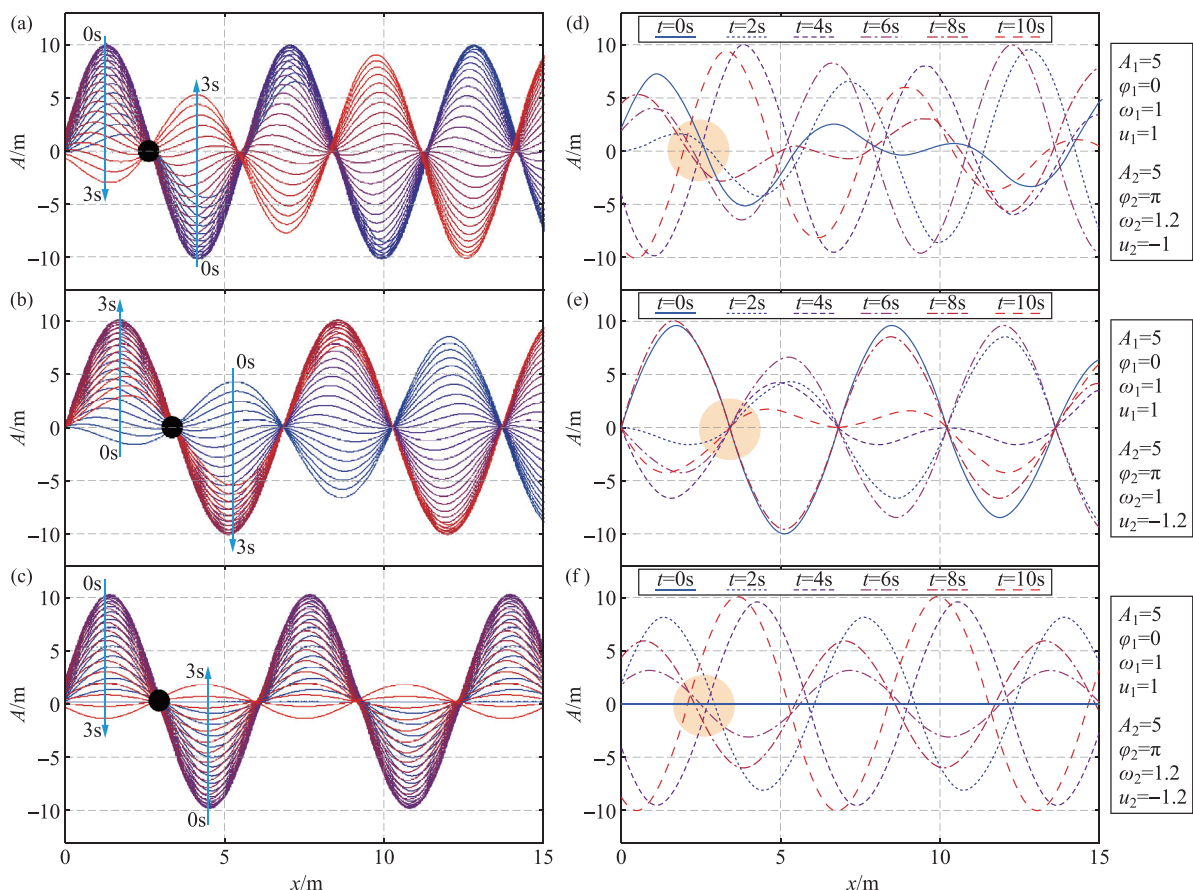


图 4 不同参数的行波叠加后在不同时刻的波形图

左: 0~3 秒内的演化趋势, 沿着箭头指向, 相邻曲线颜色渐变, 时间间隔为 0.1 秒。黑色圆圈似乎暗示仍存在合振动始终保持为零的波节。右: 更长时间跨度(0~10 秒)的演化趋势, 相邻渐变颜色间隔为 2 秒。橙色阴影区间与左边为同一位置, 显示了该区域的合振动并不为零。仅当频率相同时(e), 才存在严格意义上的波节。(a), (d): $y_1 + y_3$; (b), (e): $y_1 + y_4$; (c), (f): $y_1 + y_5$ 。具体参数均在右侧列出

关系和能量守恒依然成立。此外,对于频率和波速均不同,但波数相同的特殊情况,零位移的“波节”两侧振幅大小始终相同,但相位相反。该“波节”因两波的波速差,而是以较低的速度单向移动。此时振幅不再呈现包络形状。

以上结果也可以从波函数的叠加计算得出。考虑两列波: $y_1 = A_1 \cos \left[\omega_1 \left(t - \frac{x}{u_1} \right) \right]$, $y_2 = A_2 \cdot \cos \left[\omega_2 \left(t + \frac{x}{u_2} \right) \right]$ 。若令 $A_1 = A_2 = A$, 当 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ 且 $u_1 \neq u_2$ 时, $y = y_1 + y_2 = 2A \cdot \cos \left[\omega t - \frac{x}{2} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} \right) \right] \cos \left[\frac{\omega x}{2} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} \right) \right]$ 。当 $\cos \left[\frac{\omega x}{2} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} \right) \right] = 0$, 即 $x = (2n+1) \pi \frac{|k_1 - k_2|}{k_1 k_2}$ (或 $x = (2n+1) \frac{1}{v} \frac{|u_1 - u_2|}{u_1 u_2}$) 时, $y = 0$ 对应于始终不动的波节,其中 $v = \frac{\omega}{2\pi}$ 为频率, $k_i = \frac{\omega_i}{u_i}$ 为波数。

当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时, $y = y_1 + y_2 = 2A \cos \left[\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t - \right.$

$\left. \frac{k_2 + k_1}{2} x \right] \cos \left[\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t - \frac{k_2 - k_1}{2} x \right]$ 。此时,该合

成波存在两个速度,相速度 $u_{\text{phase}} = \frac{\omega_2 + \omega_1}{k_2 + k_1}$ 和群速

度 $u_{\text{group}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{k_2 - k_1}$ 。显然,合成波前者的振动,而后者代表质点合成波或振幅包络的移动速度。当 $\omega_1 = \omega_2$ 时, $u_{\text{group}} = 0$ 波节固定不动。 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时,“波节”以较低的速度移动,且方向取决于 $\frac{(\omega_2 - \omega_1) u_1 u_2}{\omega_2 u_2 - \omega_1 u_1}$ 的正负。以上的概念常见于色散介质的光脉冲传播和通讯信号分析之中^[2,5],已远超大学物理课程要求范畴,但结论与图4结果完全一致。可见:通过 Matlab 编程构建简单的波动叠加过程,所呈现的动画效果比繁琐的计算更为简明、生动且直观。

我们可以进一步推广至 $A_1 \neq A_2$ 的情况,这在上述波函数的数学计算方面显得异常困难,且不易分析结果。如图5所示 Matlab 动画可以再次展现其优越性(动图可参见附件3)。图5(a),

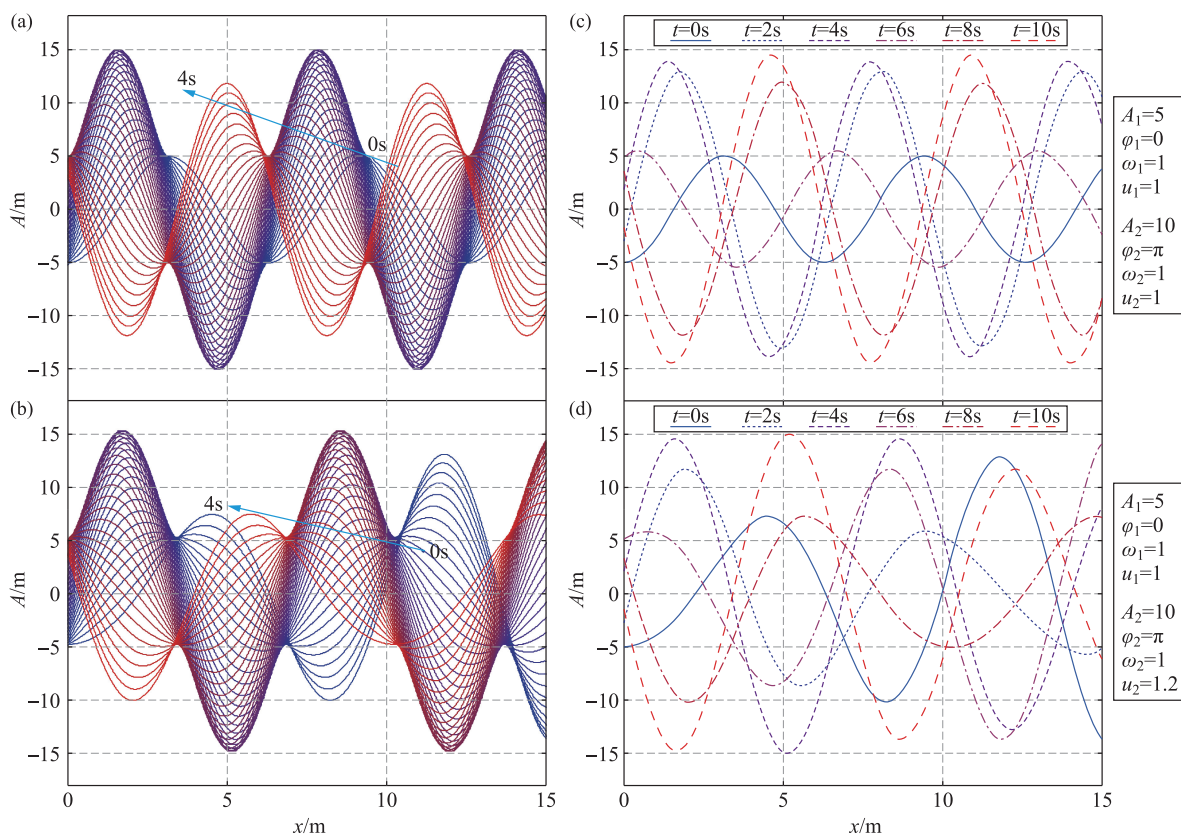


图5 不同振幅的两列行波叠加后的波形图

左:0~4秒内的演化趋势,沿着箭头指向,相邻曲线颜色渐变,时间间隔为0.1秒。右:每间隔1秒的特定波形图。(a),(c) $y_1 + 2y_4$; (b),(d) $y_1 + 2y_5$ 。具体参数均在右侧列出

(b)分别为在图3中常规驻波和图4(b)中波节固定的基础上,让两波的振幅不再相同。此时驻波的基本特征已然全都改变:波节波腹不再存在,正负峰值不再对称;并且振幅在空间中也呈现忽强忽弱分布,对比度减小,类似于拍现象中不等振幅的情况(图1(b))。同样地,由于波动携带的能量与振幅的平方成正比,这意味着“驻波”不驻而成为行波,在空间以群速度来传递相位、信息和能量。由于振幅不同时,典型驻波的四个基本特征更为复杂。附件3给出了频率、波速、波数分别相同,但另两者不同时的波形对比动画。此时,即使同频率时也不再存在波节。且波形关于唯一极大值不再左右对称,呈现单方向压缩或者拉伸的形状,类似于弹簧纵波中的疏密分布。而对于仅波数相同的情况,特征与振幅相同时类似,即振幅包络消失,“波节”两侧振幅大小始终相同,相位相反。区别在于任意位置的合振动始终不再为零。这种区别十分类似于拍现象中振幅相同(图1(b)红色曲线)到不同(图1(b)黑色曲线)的转变。

4 结语

本文通过 Matlab 构建可视化和动态的演示平台,探讨了多个振动和行波的合成问题。基于传统驻波的概念,分析了振幅、频率、波速等参数发生微小变化时,驻波的振幅、相位、能量等物理量的演化过程。通过引入交互式操作界面,本研究不仅推广到了多个波形的叠加,还扩展到了声音输出等多种演示实验。在呈现复杂的物理概念时,尽可能简化物理图像,并将枯燥的原理和公式以图形化、可视化的方式呈现,有效地激发了学生的学习兴趣 and 好奇心。科普化的思维方式,在与学生的互动中显得尤为重要。通过启发式的问答,不仅活跃了课堂气氛,还调动了学生的主动性和潜在能力,鼓励学生发挥个性和创造力。同时,该教学策略和工具,为教师提供了有效的教学辅助手段,有助于提高大学物理教学的质量和效果。

参考文献

- [1] 项林川. 大学物理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021: 355-391.
XIANG L C. University Physics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001: 355-391. (in Chinese)
- [2] 赵凯华, 罗蔚茵. 新概念物理教程(力学)[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 2004: 284-287.
ZHAO K H, LUO W Y. New Conceptual Physics tutorials (Mechanics) [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2004: 284-287. (in Chinese)
- [3] 张三慧. 大学物理学(热学、光学、量子物理)[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2009: 130-171.
ZHANG S H. University physics (heat, optics, quantum physics) [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2009: 130-171. (in Chinese)
- [4] 王维, 刘向民, 唐翰昭. 大学物理中振动和波动方程求解的重难点分析[J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2022, 45(4): 475-479.
WANG W, LIU X M, TANG H Z. Analysis of the difficulties in solving vibration and fluctuation equations in university physics[J]. Journal of Liaoning Normal University (Natural Science Edition), 2022, 45(4): 475-479. (in Chinese)
- [5] 李复. 力学教程(下)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 96-105.
LI F. Course in mechanics (second) [M]. 1st ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 96-105. (in Chinese)
- [6] 严非男. 大学物理中驻波讲授方法的一点探讨[J]. 科教导刊(上旬刊), 2015 (25), 52-53.
YAN F N. A little discussion on the teaching method of standing wave in university physics[J]. Science and education guide (first third of a month), 2015 (25), 52-53. (in Chinese)
- [7] 魏巧, 汤朝红. 驻波教学中的初相问题[J]. 物理通报, 2013, (8): 20-21.
WEI Q, TANG C H. The initial phase problem in teaching standing waves[J]. Physics Bulletin, 2013, (8): 20-21. (in Chinese)
- [8] 王浩然, 徐春芳, 杨玲等. 基于 Matlab 软件 GUI 的机械波模拟[J]. 物理与工程, 2017, 27(2): 83-86.
WANG H R, XU C F, YANG L. et al. Mechanical wave simulation based on Matlab software GUI[J]. Physics and Engineering, 2017, 27(2): 83-86. (in Chinese)
- [9] 孙国威, 刘忠民, 徐元国, 等. 基于傅里叶分解合成的大学物理实验常见信号产生原理分析[J]. 大学物理实验, 2022, 35(6): 122-126.
SUN G W, LIU Z M, XU Y G. et al. Analysis of common signal generation principles in university physics experiments based on Fourier decomposition synthesis[J]. University Physics Experiment, 2022, 35(6): 122-126. (in Chinese)
- [10] 秦吉红, 邱红梅, 梁颖. 大学物理中关于驻波教学的一些体会[J]. 大学物理, 2020, 39(8).
QIN J H, QIU H M, LIANG Y. Some experiences on teaching standing waves in university physics[J]. University Physics, 2020, 39(8). (in Chinese)