



# 通信与信息技术

*Communication & Information Technology*

国内统一连续出版物号：CN 51-1635/TN

国际标准出版物号：ISSN 1672-0164

邮发代号：62-166

**题目：多目标粒子群优化的二维MUSIC测向算法**

**作者：郭鹏**

优先出版日期：2025年8月13日

---

**优先出版：**优先出版是指编辑部录用并定稿的文章，通过具备网络出版资质的数字出版平台，先于印刷版杂志出版日期出版，文章内容、排版已定稿，视作正式出版。为确保录用定稿优先出版文章的严肃性，文章一经发布，不得修改题目、作者、作者排序、工作单位，只可基于编辑规范进行少量文字修改。

《通信与信息技术》为双月刊，逢单月底出刊，是国内外公开出版的自然科学学术期刊，设置了运营一线、热点技术、行业观察、解决方案、专网通信等栏目。

**办刊宗旨：**面向行业，沟通社会；宣传政策，促进发展；为通信发展服务，为通信企业服务，为通信科技人员和职工服务，为广大通信消费者服务，集信息性、行业性、技术性为一体的综合类通信刊物。

# 多目标粒子群优化的二维 MUSIC 测向算法

郭鹏

成都华力创通科技有限公司，成都 610000

**摘要：**针对二维 MUSIC 测向算法多谱峰搜索计算量大的问题，利用多目标粒子群算法收敛快、精度高的优点，提出了一种多目标粒子群优化的二维 MUSIC 测向算法。该算法基于平面阵列，在方位角和俯仰角两个维度上进行多谱峰搜索，在惯性权重中引入变异概率提升粒子群算法的收敛速度和精度，在适应度函数中引入距离测度和误差代价函数增强多目标搜索能力，相对于传统的全局二维网格谱峰搜索，减少了搜索时间、提升了搜索成功率，并具有较高的角估计精度，通过蒙特卡洛仿真验证了多目标粒子群优化的二维 MUSIC 测向算法的正确性和可行性。

**关键词：**多目标；粒子群；MUSIC；平面阵列；变异概率

中图分类号：TN971

文献标志码：A

## 1 引言

MUSIC 算法是经典的高分辨 DOA 估计算法，在雷达、通信、声纳和勘探方面有广泛应用和发展<sup>[1]</sup>。MUSIC 算法的稳定性好、测向精度高、支持多目标同时测向，在空间谱估计中具有重要意义。现有的 MUSIC 算法对均匀圆阵研究较为深入<sup>[2-3]</sup>，均匀圆阵存在俯仰角控制能力较弱、阵元布局与布线复杂、分辨率不足和能量效率低等劣势；而平面阵列的结构轻便、易于制造，能够实现二维波束控制与空间覆盖，具有灵活的波束形成与多波束能力、分辨率较高，广泛应用于工程实践中。

文献[4]使用遗传算法对均匀圆阵的方位和俯仰二维单目标搜索，但是没有研究多谱峰的问题；文献[5]使用粒子群算法 PSO/AWPSO 对矢量水听器纯方位的多目标进行搜索，但是没有研究方位和俯仰的二维搜索；文献[6]研究了均匀圆阵的方位和俯仰搜索，研究了单目标和双目标的情况，但是该算法未对平面阵列的多目标搜索进行讨论。文献[7]研究了均匀圆阵的

方位和俯仰二维多目标搜索，以及多通道校正，但是该校正算法未应用到平面阵列。文献[8]在均匀圆阵的模式下，结合了干涉仪测向和 MUSIC 的优点，具有更高的测向精度和运算速度，但是干涉仪-MUSIC 联合测向算法未应用到平面阵列。因此，本文重点研究平面阵列的二维 MUSIC 测向算法，平面阵列的二维 MUSIC 算法的波达方向估计需要对谱峰进行全局二维搜索，计算量很大，如何降低算法的谱峰搜索时间是 DOA 估计的关键技术。

本文利用多目标粒子群算法<sup>[9-13]</sup> MOPSO(Multi-Objective Particle Swarm Optimization) 收敛速度快、参数灵活的优点，通过群体的粒子信息共享和迭代收敛来寻找最优解，用于解决传统 MUSIC 算法二维谱峰搜索计算量大的问题。受到文献[14]的启发，在标准多目标粒子群优化算法中引入了变异概率和距离误差代价函数得到改进后的多目标粒子群优化算法 PMMOPSO，能够准确快速搜索到多目标的谱峰。

## 2 二维平面阵列 MUSIC 算法

收稿日期：2025 年 4 月 29 日；修回日期：2025 年 6 月 20 日

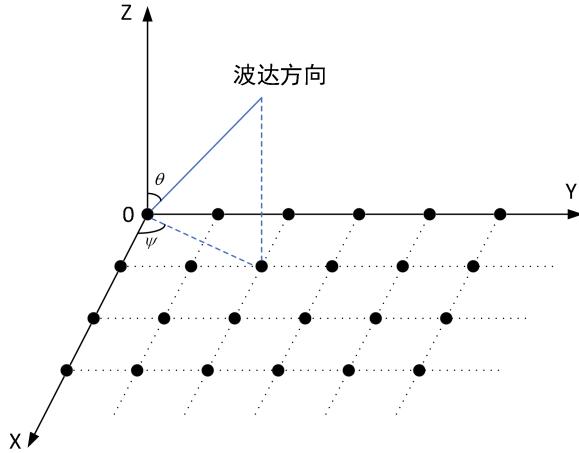


图 1 二维平面阵列模型

设平面阵列的阵元数为  $M \times N$ ; 信源数为  $K (K \geq 2)$ ;  $\theta_k$ 、

$\psi_k$  分别表示第  $k$  个信源的俯仰角和方位角; 则第  $i$  个阵元

与参考阵元之间的波程差<sup>[15]</sup>为:

$$\beta = 2\pi(x_i \sin \theta \cos \psi + y_i \sin \theta \sin \psi) \quad (1)$$

由MUSIC处理窄带信号, 另设空间中有  $K$  个信源, 在采样点数为  $T$  时, 第  $t$  次采样时刻, 得到数据向量:

$$a_i(\theta, \psi) = e^{j2\pi(x_i \sin \theta \cos \psi + y_i \sin \theta \sin \psi)} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \dots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(\theta_1, \psi_1) & a_1(\theta_1, \psi_2) & \dots & a_1(\theta_1, \psi_N) \\ a_2(\theta_1, \psi_1) & a_2(\theta_1, \psi_2) & \dots & a_2(\theta_1, \psi_N) \\ a_3(\theta_1, \psi_1) & a_3(\theta_1, \psi_2) & \dots & a_3(\theta_1, \psi_N) \\ \dots & & & \dots \\ a_M(\theta_1, \psi_1) & a_M(\theta_1, \psi_2) & \dots & a_M(\theta_1, \psi_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \\ \dots \\ s_M(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \\ \dots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

将其化简为矩阵:

$$X(t) = AS(t) + N(t) \quad (4)$$

在此基础上可得协方差矩阵:

$$R_X = AR_S A^H + \sigma_n^2 I_M \quad (5)$$

其中  $R_S$  表示信号的自相关矩阵;  $I_M$  表示  $M$  维的单位

矩阵。将协方差矩阵  $R_X$  进行特征值分解,  $R_X$  可以表示为:

$$R_X = \sum_{k=1}^K U_S \sum_S U_S^H + \sum_{k=K+1}^M U_N \sum_N U_N^H \quad (6)$$

其中  $U_S$  表示  $K$  个大特征值对应的信号子空间;  $U_N$

表示  $M - K$  个小特征值对应的噪声子空间。在实际计算中,

常常用协方差矩阵的最大似然估计  $\hat{R}_X$  来表示协方差矩阵:

$$\hat{R}_X = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X X^H \quad (7)$$

其中  $T$  表示快拍数量。因为噪声子空间与信号子空间正交, 可以得到二维平面阵列的空间谱估计为:

$$\hat{P}_{MUSIC} = \frac{1}{a^H(\theta, \psi) U_N U_N^H a(\theta, \psi)} \quad (8)$$

### 3 粒子群优化的二维 MUSIC 测向算法

粒子群算法通过模拟自然界中的鸟群觅食规律来寻找复杂问题的最优解, 粒子的位置表示搜索的方向, 粒子的速度表示搜索的快慢。粒子群算法既利用了每个粒子个体的最优解, 又利用了粒子群整体的当前最优解, 通过迭代搜索的方法来解决复杂目标优化问题, 公式如下:

$$v_i^{\theta\psi}(n+1) = \omega(n+1)v_i^{\theta\psi}(n) + c_1r_1(x_{i,pbest}^{\theta\psi} - x_i^{\theta\psi}(n)) + c_2r_2(x_{gbest}^{\theta\psi} - x_i^{\theta\psi}(n)) \quad (9)$$

$$x_i^{\theta\psi}(n+1) = x_i^{\theta\psi}(n) + v_i^{\theta\psi}(n+1) \quad (10)$$

其中： $x_i^{\theta\psi}(n)$ 、 $x_i^{\theta\psi}(n+1)$  表示粒子的位置；

$v_i^{\theta\psi}(n)$ 、 $v_i^{\theta\psi}(n+1)$  表示粒子的速度； $x_{i,pbest}^{\theta\psi}$  表示粒子 i

的个体最佳位置； $x_{gbest}^{\theta\psi}$  表示种群最佳位置； $c_1$ 、 $c_2$  表示加速常数； $r_1$ 、 $r_2$  表示 0~1 的随机数。

$\omega(n+1)$  主要体现了粒子的惯性特征，在粒子搜索

初期， $\omega(n+1)$  应该取值较大，用于提升算法的全局搜索

能力；在粒子搜索末期， $\omega(n+1)$  应该取值较小，用于专

注于局部空间搜索。惯性权重  $\omega(n+1)$  可以统一表示为：

$$\omega(n+1) = \omega(n)\omega_d^n \quad (11)$$

如图2所示，常规的惯性权重有幂次方递减、线性递减等形式，常规的惯性权重虽然收敛速度快，但是容易陷入局部最优解。因此，本文的改进算法采用了变异概率 (Probability of Mutation, POM)，通过非线性函数描述动态衰减过程<sup>[13]</sup>来表示惯性权重  $\omega(n+1)$ ，即：

$$\omega_d^n = \left(1 - \frac{n-1}{MaxCycle-1}\right)^{\frac{1}{pom}} \quad (12)$$

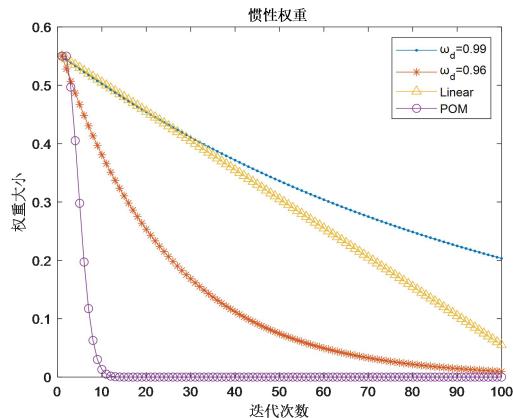


图 2 惯性权重对比图

适应度是评价粒子位置好坏程度的指标，用于判定是否更群体的历史最优位置和粒子个体的历史最优位置，通过反复迭代使粒子群向最优解方向移动和搜索。适应度空间由如下公式表示：

$$F_i(x) = d_i(x) + P_i(x) \quad (13)$$

$$d_i(x) = \frac{1}{a^H(\theta, \psi)U_N U_N^H a(\theta, \psi)} \quad (14)$$

$$P_i(x) = \mu \sqrt{(\theta_i - \hat{\theta})^2 + (\psi_i - \hat{\psi})^2} \quad (15)$$

其中  $d_i(x)$  表示距离测度； $P_i(x)$  表示角误差代价函数；该约束条件允许算法在可行性和最优性之间切换。

MOPSO\_MUSIC 的总体过程主要有初始化、计算平均距离、环境选择、解集维护等，具体步骤如下：

步骤1：在决策空间中初始化输入种群par及外部档案Rep，指标均设为0；初始化参数主要包括：最大迭代次数 MaxCycle、种群最大粒子数nRep、变异算子pom、惯性权重的递减率  $\omega_d^n$ 、种群全局最佳粒子  $x_{gbest}^{\theta\psi}$ 、平均距离的缩放因子  $\mu$ ；

步骤2：将 pareto 最优解添加到 Rep；

步骤3：判断当前迭代次数 n 是否大于 MaxCycle；

步骤4：根据式(14)得到距离测度，根据式(15)得出粒子的距离误差，根据式(13)得到粒子的适应度函数；

步骤5：参照环境选择策略生成  $x_{gbest}^{\theta\psi}$ ；

步骤6：根据式(9)更新粒子群的速度，根据式(10)更新粒子群的位置；

步骤7：在 0~1 中随机生成 rand；

步骤8：挑选粒子历史最优解并添加到 Rep 中；

步骤9：如果 Rep 中的粒子数量超过上限 nRep，则可采取解集维护策略；

步骤10：根据式(12)计算  $\omega_d^n$ ；

步骤11：根据式(11)计算  $\omega(n+1)$ ；

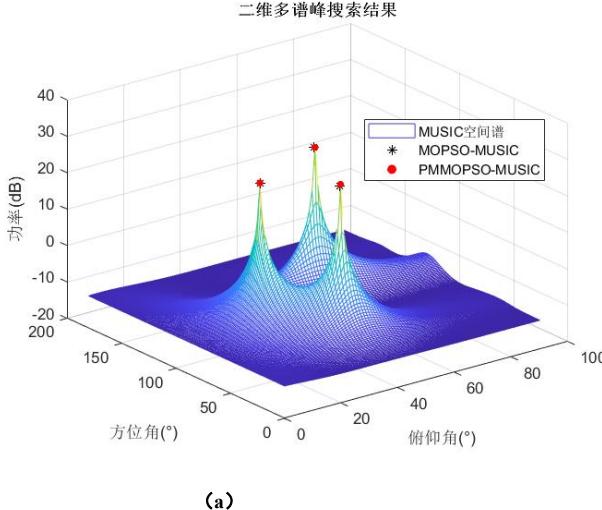
步骤12：n ← n + 1；并转到步骤3。

## 4 算法仿真分析

多目标粒子群优化算法应用于平面阵列的二维谱峰搜

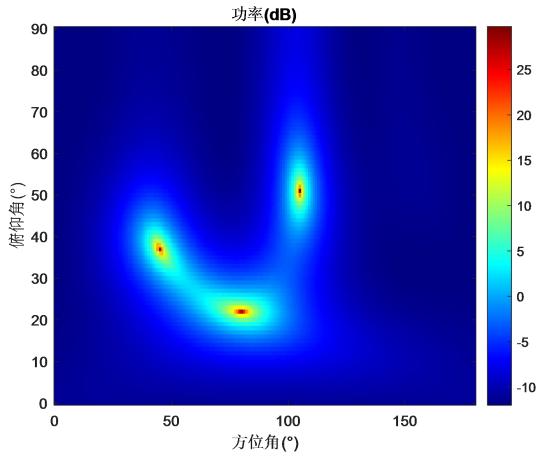
$$F_i(x) = \frac{1}{a^H(\theta, \psi) U_N U_N^H a(\theta, \psi)} + \mu \sqrt{(\theta_i - \hat{\theta})^2 + (\psi_i - \hat{\psi})^2} \quad (16)$$

算法仿真参数设置：粒子群规模80，最大进化代数为150代，惯性权重的变异概率pom=0.3，信号载波频率f<sub>0</sub>=1.0GHz，快拍数T=1000，天线阵元数量M<sub>x</sub>=4, M<sub>y</sub>=4，阵元间距d=0.5λ。



(a)

方位角搜索范围0°~180°，俯仰角搜范围0°~90°。信号有三个入射方向，模拟三个目标，分别为{45°, 37°}, {80°, 22°}, {105°, 51°}，如图3所示。

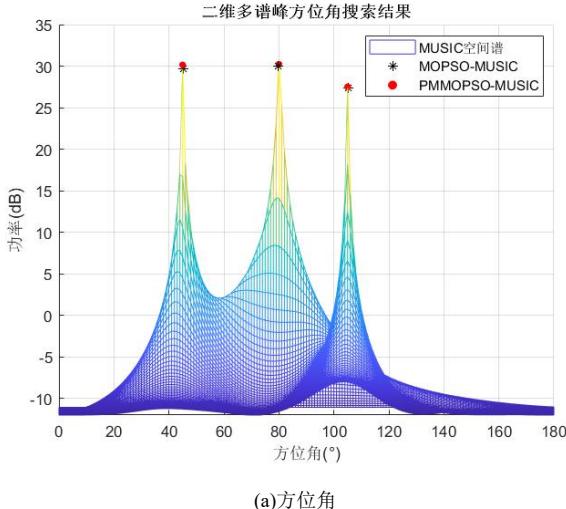


(b)

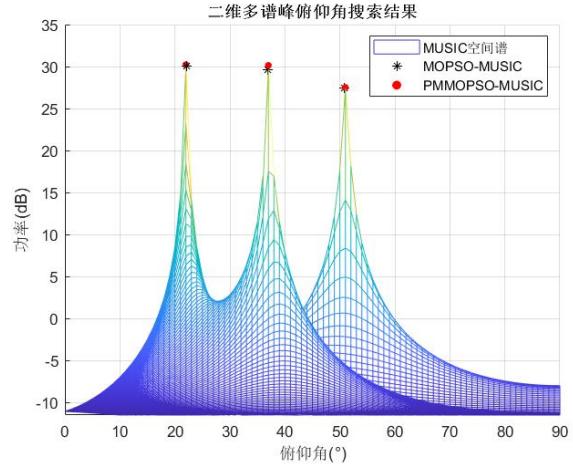
图 3 二维多谱峰搜索结果

标准多目标粒子群算法MOPSO-MUSIC算法和改进的多目标粒子群算法PMMOPSO-MUSIC算法在方位角和俯仰

角上的投影如图4所示。



(a) 方位角



(b) 俯仰角

图 4 二维多谱峰搜索结果投影

$$\Delta = \sqrt{(\hat{\theta} - \theta)^2 + (\hat{\psi} - \psi)^2} \quad (17)$$

其中  $\Delta$  表示估计的角度误差； $\hat{\theta}$  和  $\theta$  分别表示估

计得到的俯仰角和实际的俯仰角； $\hat{\psi}$  和  $\psi$  分别表示估计得到的方位角和实际的方位角。当  $\Delta$  小于0.5°时，判定为搜索成功。200次蒙特卡洛仿真对应的方位角误差和俯仰角误差如图5所示。

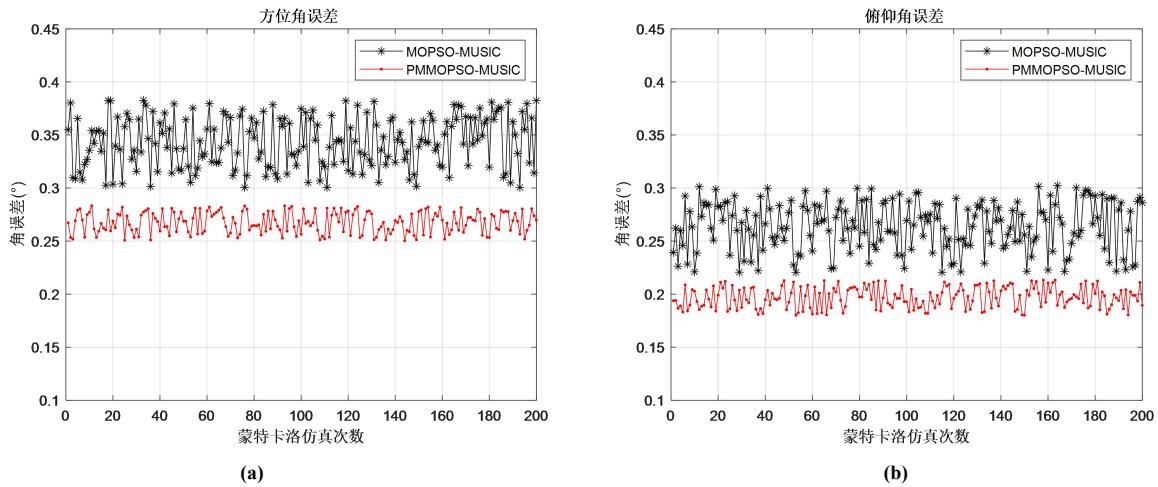


图 5 方位角误差和俯仰角误差

由图 5 可知，在信噪比为 10dB 的情况下，PMMOPSO-MUSIC 算法的方位角误差和俯仰角误差均优于 MOPSO-MUSIC 算法，最大误差不超过 0.5°。采用蒙特卡洛仿真对各种信噪比的情况进行分析，信噪比范围 -5dB~15dB，步进 5dB。在 200 次仿真中，PMMOPSO-MUSIC 算法和 MOPSO-MUSIC 算法二维谱峰搜索成功率如表 1 所示。

表 1 谱峰搜索成功率

SNR	-5dB	0dB	5dB	10dB	15dB
MOPSO-MUSIC	45%	71%	82%	95%	100%
PMMOPSO-MUSIC	51%	92%	98%	100%	100%

由表 1 结果可知，在信噪比为 15dB 时，PMMOPSO-MUSIC 算法和 MOPSO-MUSIC 算法的搜索成功率均为 100%，其余情况下，PMMOPSO-MUSIC 算法的搜索成功率要高于 MOPSO-MUSIC 算法。表 2 是平面阵列的 PMMOPSO-MUSIC 算法和 MOPSO-MUSIC 算法二维谱峰搜索时间对比，改进后的多目标粒子群算法搜索时间最短，体现了变异概率惯性权重的优势。

表 2 谱峰搜索时间

谱峰搜索方法	MUSIC 二维搜索	MOPSO-MUSIC	PMMOPSO-MUSIC
时间	0.0781s	0.0267s	0.0154s

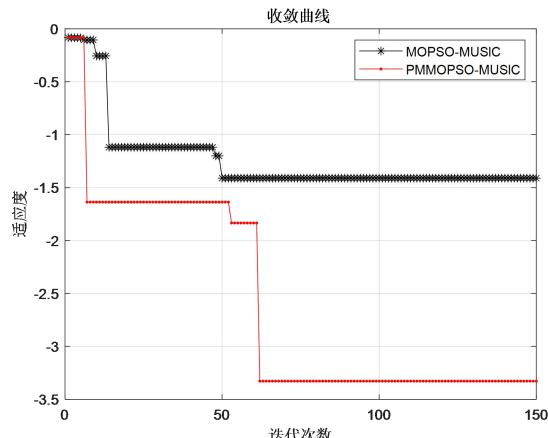


图 6 适应度收敛曲线

如图 6 所示，显示了 PMMOPSO-MUSIC 算法和 MOPSO-MUSIC 算法用于二维平面阵列 MUSIC 寻优的适应度函数，仿真结果表明引入了变异机制的 PMMOPSO-MUSIC 算法收敛速度更快。

## 5 结论

本文针对平面阵列二维 MUSIC 测向算法多谱峰搜索计算量大的问题，采用多目标粒子群算法对多谱峰搜索问题进行优化，在惯性权重中引入变异概率提升粒子群算法的收敛速度和精度，在适应度函数中引入距离测度和误差代价函数增强多目标搜索能力，得到了改进后的多目标粒子群优化算法 (PMMOPSO-MUSIC)。通过蒙特卡洛仿真分析，PMMOPSO-MUSIC 算法的多目标谱峰搜索时间最短，MOPSO-MUSIC 算法的谱峰搜索时间居中，MUSIC 二维搜索的谱峰搜索时间最长；PMMOPSO-MUSIC 算法的方向角误差和俯仰角误差优于 MOPSO-MUSIC 算法的角误差，均在 0.5° 以内；在信噪比为 15dB 时，PMMOPSO-MUSIC 算法与 MOPSO-MUSIC 算法均能成功搜索到目标，其余信噪比情况下，PMMOPSO-MUSIC 算法搜索成功率均高于 MOPSO-MUSIC 算法。通过仿真可得，PMMOPSO-MUSIC 算法具有搜索时间短、搜索成功率高和角误差小的优点，验证了 PMMOPSO-MUSIC 算法的正确性和可行性。

## 参考文献

- [1] 侯进,陈鑫强. 基于几何序列分解与稀疏重构的 DOA 估计[J]. 通信学报, 2023, 44(1): 153-163.
- [2] LIU S H, MAO Z H, ZHANG Y D, et al. Rank minimization-based toeplitz reconstruction for DoA estimation using coprime array[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(7): 2265-2269.

- [3] 张紫晗,赵文杰,黄永辉,等.一种基于低成本软件无线电的二维测向系统设计[J].电讯技术,2023,63( 6 ) : 831-836.
- [4] 黄志强,缪晨,唐辉,等.基于联合 GA\_MUSIC 算法的均匀圆阵快速 DOA 估计[J].微波学报,2021,37(S1):166-169.
- [5] 黄兴雨,莫世奇,陈峰. 基于改进粒子群算法的矢量水听器多目标方位估计[J]. 海军航空大学学报, 2024, 39(3): 305-314.
- [6] 刘鲁涛,赵梓君,李利.极化敏感阵列方位依赖误差校正算法[J].国防科技大学学报,2024,46(6):174-183.
- [7] 梁义鲁,司伟建,曲明超. 混合阵列误差校正与快速极化 MUSIC 算法[J]. 电波科学学报,2023,38(3):510-519.
- [8] 姚志成,许佳诺,杨剑,王海洋.一种改进的干涉仪-MUSIC 联合测向算法[J].兵器装备工程学报,2023,44(11):240-247.
- [9] 叶倩琳,王万良,王铮. 多目标粒子群优化算法及其应用研究综述[J]. 浙江大学学报(工学版), 2024, 58(6): 1108-1232.
- [10] 王万良,金雅文,陈嘉诚,等. 多角色多策略多目标粒子群优化算法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2022, 56(3): 531-541.
- [11] ZHENG J, ZHOU F, ZOU J, et al. A dynamic multi-objective optimization based on a hybrid of pivot points prediction and diversity strategies [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2023, 78: 101284.
- [12] 韩红桂,徐子昂,王晶晶. 基于 Q 学习的多任务多目标粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(11): 3039-3047.
- [13] 张瑞鹏,冯彦翔,杨宜康. 多无人机协同任务分配混合粒子群算法[J]. 航空学报, 2022, 43(12): 412-427.
- [14] 慈雨,荣淼,彭晨. 基于双重距离的多目标粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1801-1809.
- [15] 张小飞,李建峰,徐大专,等. 阵列信号处理及 MATLAB 实现(第 2 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2020: 45-48.

#### 作者简介

郭鹏 (1987—), 男, 高级工程师、信息系统项目管理师, 中国通信学会高级会员, 研究方向: 电子侦察、雷达与电子对抗。

## 2D DOA estimation algorithm optimized by multi-objective particle swarm optimization

GUO Peng

*Cheng Du Hwa Create Co.,Ltd., Cheng Du 610000, China*

**Abstract:** A multi-objective particle swarm optimization two-dimensional MUSIC direction finding algorithm is proposed to address the problem of high computational complexity in searching for multiple spectral peaks in the two-dimensional MUSIC direction finding algorithm. This algorithm utilizes the advantages of fast convergence and high accuracy of the multi-objective particle swarm algorithm. This algorithm is based on a planar array and performs multi spectral peak search in both azimuth and elevation dimensions. It introduces mutation probability in the inertia weight to improve the convergence speed and accuracy of the particle swarm algorithm, and introduces distance measurement and error cost function in the fitness function to enhance the multi-target search ability. Compared with traditional global two-dimensional grid spectral peak search, it reduces search time, improves search success rate, and has high angle estimation accuracy. The correctness and feasibility of the multi-objective particle swarm optimization two-dimensional MUSIC direction finding algorithm have been verified through Monte Carlo simulation.

**Keywords:** Multi objective, Particle swarm optimization, MUSIC, Planar array, Mutation probability