

附录 1：DCC-GARCH 模型

本文参考 Engel (2002) 提出的动态条件相关模型 (DCC) 去估计 MGARCH 模型中的条件方差。条件协方差矩阵可以表示为：

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t \quad (1)$$

其中， $\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_{i,t}})$ 是对角矩阵，以下单变量 GARCH(p, q) 模型，定义为：

$$h_{i,t} = \omega_i + \sum_{p=1}^P \alpha_{ip} \varepsilon_{i,t-p}^2 + \sum_{q=1}^Q \beta_{iq} h_{i,t-q} \quad (2)$$

$\mathbf{R}_t = \{\rho_{ij}\}_t$ 表示为按时间变化的条件相关系数矩阵：

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{Q}_t^{*-1} \mathbf{Q}_t \mathbf{Q}_t^{*-1} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{Q}_t = (1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \sum_{n=1}^N \beta_n) \bar{\mathbf{Q}} + \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varepsilon_t - m \varepsilon'_{t-m}) + \sum_{n=1}^N \beta_n \mathbf{Q}_{t-n}$ ， $\bar{\mathbf{Q}}$ 是 $\varepsilon_{i,j}$ 的非条件协方差矩阵， $\mathbf{Q}_t^* = \text{diag}\{\sqrt{q_{i,i}}\}$ 是包含 $\mathbf{Q}_t$ 对角参数的平方根的对角阵。 $\mathbf{Q}_t$ 的相关估计是：

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t} q_{jj,t}}}, i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j \quad (4)$$

对数似然函数最大化：

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^T [m \log(2\pi)] + 2 \log |\mathbf{D}_t| + \log |\mathbf{R}_t| + \varepsilon_t' \mathbf{R}_t^{-1} \varepsilon_t \quad (5)$$

进一步，本文采用 DCC-GARCH (1, 1) 模型进行研究，因此将条件方差方程简化为：

$$h_{\rho,t} = c + \alpha \varepsilon_{\rho,t-1}^2 + \beta h_{\rho,t-1} \quad (6)$$

其中， α 是残差平方滞后项的系数； β 是协方差滞后项的系数。

附录 2：TVP-SV-VAR 模型

首先，基本 VAR 模型表示为：

$$\mathbf{A} \mathbf{y}_t = \mathbf{F}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{F}_s \mathbf{y}_{t-s} + \boldsymbol{\mu}_t, t = s+1, \dots, n \quad (7)$$

其中， $\mathbf{y}_t$ 是 $k \times 1$ 维观测向量； $\mathbf{A}$ 为 $k \times k$ 维联立系数矩阵； $\mathbf{F}$ 为 $k \times k$ 维滞后系数矩阵； $\boldsymbol{\mu}_t$ 是 $k \times 1$ 维结构冲击向量且 $\boldsymbol{\mu}_t \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma})$ 。 $\mathbf{A}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的形式如下：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & \ddots & 0 & \dots \\ \vdots & 0 & \ddots & \dots & 0 \\ a_{k1} & \dots & a_{k,k-1} & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots \\ \vdots & 0 & \ddots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \sigma_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式 (7) 两边同时乘以 $\mathbf{A}^{-1}$ ，可以得到：

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{B}_s \mathbf{y}_{t-s} + \mathbf{A}^{-1} \sum \boldsymbol{\delta}_t, \boldsymbol{\delta}_t \sim N(0, \mathbf{I}_k) \quad (9)$$

本文中包括 4 个变量（投资者风险态度、房价、股价和汇率预期），因此 $k = 4$ 。将 $\mathbf{B}_i$ 按行元素堆叠得到 $\boldsymbol{\gamma}$ ，其中， $\mathbf{B}_i = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}_i$ ，模型可以进一步改写为：

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{X}_t \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{A}^{-1} \sum \boldsymbol{\delta}_t, \boldsymbol{\delta}_t \sim N(0, \mathbf{I}_k) \quad (10)$$

定义 $\mathbf{X}_t = \mathbf{I}_s \otimes (\mathbf{y}_{t-1}, \mathbf{y}_{t-2}, \dots, \mathbf{y}_{t-s})$ ， $\otimes$ 为 Kronecker 乘积。Nakajima 等 (2011) 提出带时变系数的 TVP-SV-VAR 模型可以表示为：

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{X}_t \boldsymbol{\gamma}_t + \mathbf{A}_t^{-1} \sum_t \boldsymbol{\delta}_t, t = s+1, \dots, n \quad (11)$$

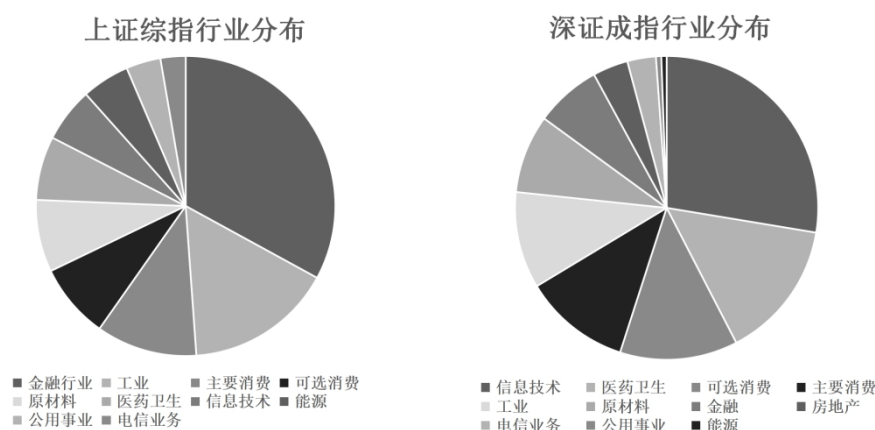
其中，系数矩阵 γ_t 、联立方程系数矩阵 A_t 和随机波动协方差矩阵 Σ_t 都随时间变化，同时假设参数服从随机游走，即 $\gamma_t = \gamma_{t-1} + v_t$ ； $\theta_t = \theta_{t-1} + \zeta_t$ ； $\varphi_t = \varphi_{t-1} + \eta_t$ ， $\tau_t = \ln \sigma_t^2$ 。

$$\begin{bmatrix} \delta_t \\ v_t \\ \zeta_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \sim N \left(0, \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma_\varphi \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

其中， $\Sigma_\gamma, \Sigma_\theta, \Sigma_\varphi$ 均为对角矩阵， $\gamma_{s+1} \sim N(v_0, \Sigma_{\gamma 0})$ ， $\theta_{s+1} \sim N(\zeta_0, \Sigma_{\theta 0})$ ， $\varphi_{s+1} \sim N(\eta_0, \Sigma_{\varphi 0})$ ，并且假设初始状态 $v_0 = \zeta_0 = \eta_0 = 0$ ， $\Sigma_{\gamma 0} = \Sigma_{\theta 0} = \Sigma_{\varphi 0} = I$ 。

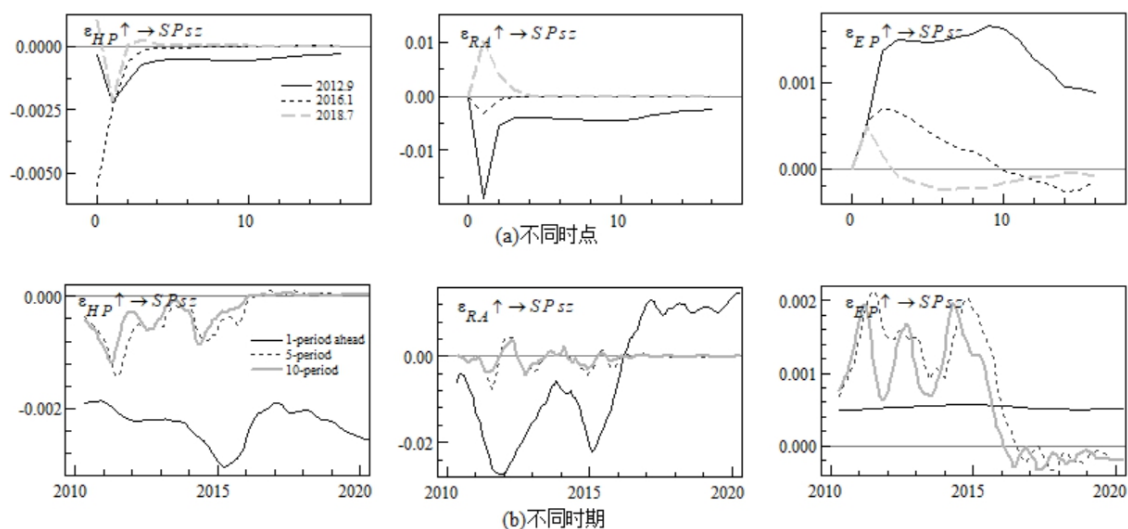
附录 3：稳健性分析

为了使结论更具普适性，本文采用深证成指作为上证综指的替代变量进行稳健性分析。附图 1 为上证综指和深证成指成分股的行业分布，数据来源于上海和深圳证券交易所，可以看出上证综指中金融行业和工业基本占据一半权重，而在深证成指中信息技术权重最大，医药卫生和可选消费紧随其后。由于上证综指和深证成指存在差异，选择深证成指进行稳健性分析具有必要性。



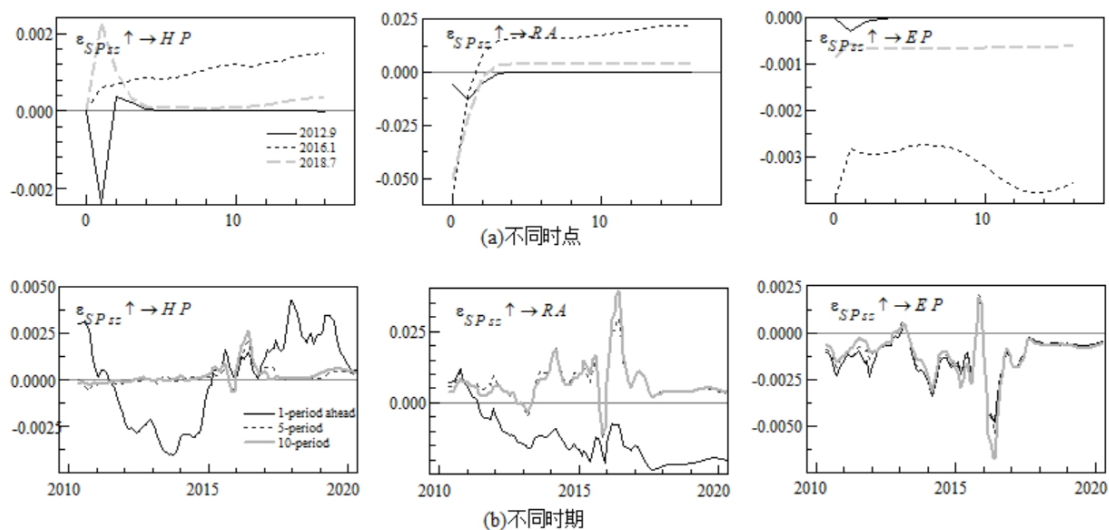
附图 1 上证综指和深证成指行业分布

从附图 2 中可以发现，与房价对上证综指的冲击效应不同，房价对深证成指的冲击系数在第 0 期即为负，且在不同时点冲击效应表现不一致，而在不同时期的脉冲响应图也存在一定差异，房价对深证成指的中长期冲击效应出现了明显的时变性和波动性，从冲击程度上看房价对深证成指的作用效果减弱。投资者风险态度和汇率预期对深证成指的冲击效应和对上证综指的冲击效应基本类似，但是波动性和冲击程度增加。



附图2 深证成指不同时点和不同时期脉冲响应图

如附图3所示,房价和投资者风险态度对深证成指的脉冲响应在不同时点和不同时期和对上证综指的脉冲效应在冲击方向上基本一致,但是冲击程度变大。在不同时点上,与上证综指对汇率预期的冲击效应较平稳不同,汇率预期对深证成指的脉冲响应出现了明显的波动,这主要是由于上证综指成分股中以传统行业的企业为主,且大型国企占比高,而深证成指则以新兴行业的企业为主。



附图3 对深证成指不同时点和不同时期脉冲响应图

通过对比两种指数发现,尽管受到深证成指这一指标构成成分的影响,冲击效应出现了不同程度的波动,但是结合总体来看冲击效应方向基本一致,这在一定程度上也表明了本文研究结果的稳健性。