

## 附录1 最优经济增长路径求解过程

## 1. 汉密尔顿函数

假设经济系统中存在一个社会计划者（政府），它的目标是实现无限时间上的消费者跨期效用最大化，面临的问题则是一个动态最优化问题，整个动态规划可以表示为：

$$\max_{C, \pi, m, H_Y, H_R} \int_0^{\infty} \left( \frac{C_{jt}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{E_{jt}^{1-\omega} - 1}{1-\omega} \right) e^{-\rho t} dt$$

$$s.t. \quad Y_{jt} = A_{jt}^{\alpha+\beta} (H_Y)_{jt}^{\alpha} L_{jt}^{\beta} K_{jt}^{\eta} \pi_{jt}^{\gamma} \quad (1)$$

$$s_{jt} = \psi(z_{jt}, \pi_{jt}) = \rho_1 \frac{\pi_{jt}}{z_{jt}} \quad (2)$$

$$\dot{K} = Y - C - m \quad (3)$$

$$\dot{A} = \delta_R H_R A \quad (4)$$

$$\dot{H}_H = \delta_H (H_H)^{\varphi_H} \quad (5)$$

$$\dot{E} = \mu E + \delta_m m - \pi - \delta_s s \quad (6)$$

$$\dot{z} = \delta_z (\tau_{jt} s_{jt})^{\Gamma_z} \quad (7)$$

$$H_H = H - H_Y - H_R \quad (8)$$

$$\alpha + \beta + \eta + \gamma = 1 \quad (9)$$

其中， $j$ 代表城市， $t$ 代表时间， $\rho$ 为消费者的时间贴现率，表示对当前消费的偏好程度。

为求解效用最大化，定义 Hamilton 函数为：

$$J = \frac{C_{jt}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{E_{jt}^{1-\omega} - 1}{1-\omega} + \lambda_1 [A_{jt}^{\alpha+\beta} (H_Y)_{jt}^{\alpha} L_{jt}^{\beta} K_{jt}^{\eta} \pi_{jt}^{\gamma} - C - m] + \lambda_2 (\delta_R H_R A) \\ + \lambda_3 [\delta_H (H_H)^{\varphi_H}] + \lambda_4 [\mu E + \delta_m m - \pi_{jt} - \delta_s \rho_1 \frac{\pi_{jt}}{z_{jt}}] + \lambda_5 [\delta_z (\tau_{jt} \rho_1 \frac{\pi_{jt}}{z_{jt}})^{\Gamma_z}]$$

这里，控制变量为  $C$ 、 $\pi$ 、 $m$ 、 $H_Y$  和  $H_R$ ，状态变量为  $K$ 、 $A$ 、 $H_H$ 、 $E$  和  $z$ ， $\lambda$  为 Hamilton 乘子。对控制变量分别求导，最大化  $J$  的一阶条件为：

$$\frac{\partial J}{\partial C} = C_{jt}^{-\sigma} - \lambda_1 = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \pi} = \gamma \lambda_1 Y_{jt} \pi_{jt}^{-1} - \lambda_4 - \lambda_4 \delta_s \frac{\rho_1}{z_{jt}} + \lambda_5 \delta_z \Gamma_z \tau_{jt}^{\Gamma_z} \rho_1^{\Gamma_z} \pi_{jt}^{\Gamma_z-1} (z_{jt})^{-\Gamma_z} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial J}{\partial m} = -\lambda_1 + \lambda_4 \delta_m = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial J}{\partial H_Y} = a \lambda_1 Y_{jt} (H_Y)^{-1} - \lambda_3 \delta_H \varphi_H (H_H)^{\varphi_H-1} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial J}{\partial H_R} = \lambda_2 \delta_R A - \lambda_3 \delta_H \varphi_H (H_H)^{\varphi_H-1} = 0 \quad (14)$$

欧拉方程为：

$$\dot{\lambda}_1 = \rho \lambda_1 - \frac{\partial J}{\partial K} = \rho \lambda_1 - \lambda_1 \eta Y K^{-1} \quad (15)$$

$$\dot{\lambda}_2 = \rho \lambda_2 - \frac{\partial J}{\partial A} = \rho \lambda_2 - \lambda_1 (\alpha + \beta) Y A^{-1} - \lambda_2 \delta_R H_R \quad (16)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \rho \lambda_3 - \frac{\partial J}{\partial H_H} = \rho \lambda_3 - \lambda_3 \varphi_H \delta_H (H_H)^{\varphi_H-1} \quad (17)$$

$$\dot{\lambda}_4 = \rho \lambda_4 - \frac{\partial J}{\partial E} = \rho \lambda_4 - E^{-\omega} - \lambda_4 \mu \quad (18)$$

$$\dot{\lambda}_5 = \rho \lambda_5 - \frac{\partial J}{\partial z} = \rho \lambda_5 - \lambda_4 \delta_s \rho_1 \pi_{jt} z_{jt}^{-2} + \lambda_5 (\Gamma_z) \delta_z \tau_{jt}^{\Gamma_z} \rho_1^{\Gamma_z} \pi_{jt}^{\Gamma_z-1} (z_{jt})^{-\Gamma_z-1} \quad (19)$$

横截性条件：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_1 K e^{-\rho t} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_2 A e^{-\rho t} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_3 H_H e^{-\rho t} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_4 E e^{-\rho t} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_5 z e^{-\rho t} = 0$$

上述一阶条件、欧拉方程和横截性条件，描述了城市生态文明系统的动态过程。

为方便求出均衡解和运算，令  $g_i$  为各个变量的增长率，即，则有：

$$g_K = \frac{\dot{K}}{K}, g_A = \frac{\dot{A}}{A}, g_{H_H} = \frac{\dot{H}_H}{H_H}, g_E = \frac{\dot{E}}{E}, g_z = \frac{\dot{z}}{z}, g_{\lambda_i} = \frac{\dot{\lambda}_i}{\lambda_i} \quad (20)$$

根据动态最优化理论，经济增长在最优路径下达到均衡，各经济要素的增长变化率趋于稳态。根据汉密尔顿函数的求导方程组，对一阶条件中的各式两边分别取对数，且对时间求导，并联立欧拉方程可得到在最优增长路径上各经济变量的稳态增长率。

## 2. 模型求解

$$\begin{aligned} \text{式10: } \frac{\partial J}{\partial C} = C_{jt}^{-\sigma} - \lambda_1 = 0 &\Rightarrow -\sigma \ln(C_{jt}) = \ln \lambda_1 \Rightarrow -\sigma g_c = g_{\lambda_1} \\ &\Rightarrow g_c = -\sigma^{-1} g_{\lambda_1} \end{aligned}$$

$$\text{式12: } \frac{\partial J}{\partial m} = -\lambda_1 + \lambda_4 \delta_m = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_4 \delta_m \Rightarrow g_{\lambda_4} = g_{\lambda_1}$$

$$\text{式13: } \frac{\partial J}{\partial H_Y} = a\lambda_1 Y_{jt} (H_Y)^{-1} - \lambda_3 \delta_H \varphi_H (H_H)^{\varphi_H - 1} = 0$$

$$\Rightarrow \ln \alpha + \ln \lambda_1 + \ln Y_{jt} - \ln H_Y = \ln \lambda_3 + \ln \delta_H \varphi_H + (\varphi_H - 1) \ln H_H$$

$$\Rightarrow g_{\lambda_1} + g_Y - g_{H_Y} = g_{\lambda_3} + (\varphi_H - 1) g_{H_H}$$

$$\text{式14: } \frac{\partial J}{\partial H_R} = \lambda_2 \delta_R A - \lambda_3 \delta_H \varphi_H (H_H)^{\varphi_H - 1} = 0$$

$$\Rightarrow \ln \delta_R + \ln \lambda_2 + \ln A = \ln \lambda_3 + \ln \delta_H \varphi_H + (\varphi_H - 1) \ln H_H$$

$$\Rightarrow g_{\lambda_2} + g_A = g_{\lambda_3} + (\varphi_H - 1) g_{H_H}$$

$$\text{式15: } \dot{\lambda}_1 = \rho \lambda_1 - \frac{\partial J}{\partial K} = \rho \lambda_1 - \lambda_1 \eta Y K^{-1} \Rightarrow g_{\lambda_1} = \rho - \eta Y K^{-1} \Rightarrow \eta Y K^{-1} = \rho - g_{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow g_Y = g_K$$

$$\text{式17: } \dot{\lambda}_3 = \rho \lambda_3 - \frac{\partial J}{\partial H_H} = \rho \lambda_3 - \lambda_3 \varphi_H \delta_H (H_H)^{\varphi_H - 1}$$

$$\Rightarrow g_{\lambda_3} = \rho - \varphi_H \delta_H (H_H)^{\varphi_H - 1} \Rightarrow \varphi_H \delta_H (H_H)^{\varphi_H - 1} = \rho - g_{\lambda_3}$$

$$\Rightarrow \varphi_H = 1, g_{\lambda_3} = \rho - \delta_H$$

$$\text{式18: } \dot{\lambda}_4 = \rho \lambda_4 - \frac{\partial J}{\partial E} = \rho \lambda_4 - E^{-\omega} - \lambda_4 \mu \Rightarrow g_{\lambda_4} = \rho - \frac{E^{-\omega}}{\lambda_4} - \mu \Rightarrow \frac{E^{-\omega}}{\lambda_4} = \rho - \mu - g_{\lambda_4}$$

$$\Rightarrow -\omega \ln E - \ln \lambda_4 = \ln(\rho - \mu - g_{\lambda_4}) \Rightarrow -\omega g_E = g_{\lambda_4}$$

$$\Rightarrow g_E = -\omega^{-1} g_{\lambda_4}$$

$$\text{式3: } \dot{K} = Y - C - m \Rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = \frac{Y}{K} - \frac{C}{K} - \frac{m}{K}$$

$$\Rightarrow g_k = g_Y = g_C = g_m$$

$$\text{式4: } \dot{A} = \delta_R H_R A$$

$$\Rightarrow g_A = \delta_R H_R$$

$$\text{式6: } \dot{E} = \mu E + \delta_m m - \pi - \delta_s s \Rightarrow \frac{\dot{E}}{E} = \mu + \frac{\delta_m m}{E} - \frac{\pi}{E} - \frac{\delta_s s}{E}$$

$$\Rightarrow g_m = g_\pi = g_s = g_E$$

$$\text{式8: } H_H = H - H_Y - H_R \Rightarrow \frac{H_H}{H} = 1 - \frac{H_Y}{H} - \frac{H_R}{H}$$

$$\Rightarrow g_{H_H} = g_{H_Y} = g_{H_R} = g_H$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{式10: } g_C = -\sigma^{-1} g_{\lambda_4} \\ \text{式12: } g_{\lambda_4} = g_{\lambda_1} \\ \text{式18: } g_E = -\omega^{-1} g_{\lambda_4} \\ \text{式3和式6: } g_E = g_C \end{array} \right\} \Rightarrow \omega = \sigma \quad (21)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{式10: } g_C = -\sigma^{-1} g_{\lambda_4} \\ \text{式13: } g_{\lambda_1} + g_Y - g_{H_Y} = g_{\lambda_3} + (\varphi_H - 1) g_{H_H} \\ \text{式17: } g_{\lambda_3} = \rho - \delta_H, \varphi_H = 1 \\ \text{式3: } g_K = g_Y = g_C = g_m \end{array} \right\} \Rightarrow g_{H_Y} = (1 - \sigma) g_Y + \delta_H - \rho$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{式3: } g_K = g_Y = g_C = g_m \\ \text{式6: } g_m = g_\pi = g_s = g_E \\ \text{式4: } g_A = \delta_R H_R \\ \text{式1: } g_Y = (\alpha + \beta) g_A + \alpha g_{H_Y} + \eta g_K + \gamma g_\pi \\ \text{式9: } \alpha + \beta + \eta + \gamma = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow g_{H_Y} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} g_Y - \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \delta_R H_R$$

$$\Rightarrow -\sigma g_Y + \delta_H - \rho = \frac{\beta}{\alpha} g_Y - \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \delta_R H_R$$

$$\Rightarrow g_Y = g_K = g_C = g_m = g_\pi = g_s = g_E = \frac{\alpha \delta_H + (\alpha + \beta) \delta_R H_R - \alpha \rho}{\alpha \sigma + \beta}$$

$$\text{式7: } z = \delta_z (\tau_{jt} s_{jt})^{\Gamma_z} \Rightarrow \ln g_z = \ln \delta_z + \Gamma_z \ln \tau_{jt} + \Gamma_z \ln s_{jt} - \ln z$$

$$\Rightarrow g_z = \Gamma_z g_s = \Gamma_z g_Y = \Gamma_z \frac{\alpha \delta_H + (\alpha + \beta) \delta_R H_R - \alpha \rho}{\alpha \sigma + \beta}$$

$$\Rightarrow g_Y = g_K = g_C = g_m = g_\pi = g_s = g_E = \Gamma_z^{-1} g_z = \frac{\alpha \delta_H + (\alpha + \beta) \delta_R H_R - \alpha \rho}{\alpha \sigma + \beta} \quad (22)$$

动态最优化理论下，经济增长在最佳路径上平衡，即每个经济因素的增长速率往往是稳定状态。根据汉密尔顿函数的求导方程组，对一阶条件中的各式两边分别取对数，且对时间求导，并联合欧拉方程可得到在最优增长路径上各经济变量的稳态增长率：

$$g_Y = g_K = g_C = g_m = g_\pi = g_s = g_E = \Gamma_z^{-1} g_z = \frac{\alpha \delta_H + (\alpha + \beta) \delta_R H_R - \alpha \rho}{\alpha \sigma + \beta} \quad (22)$$

当式(22)中的分子大于0时有：

$$\frac{\alpha\delta_H + (\alpha + \beta)\delta_R H_R}{\alpha} > \rho$$

(23)

即当人力资源部门的生产效率和生产技术研发部门的生产效率大于消费者的时间偏好率 $\rho$ 时，模型存在均衡解，城市经济在长期内趋于稳定增长，并且研发部门的人力资本投入 $H_R$ 越大、研发部门和人力资源部门的生产效率 $\delta_R$ 、 $\delta_H$ 越高、消费者的时间贴现率和风险偏好 $\rho$ 越低，城市经济增长率越高。

## 附录2

表 排污许可证申请与核发技术规范涉及到的工业行业汇总

| 序号 | 标准名称                              | 对应的国民经济行业代码（2002版） |
|----|-----------------------------------|--------------------|
| 1  | 排污许可证申请与核发技术规范 钢铁工业               | 32                 |
| 2  | 排污许可证申请与核发技术规范 水泥工业               | 3111               |
| 3  | 排污许可证申请与核发技术规范 石化工业               | 282                |
| 4  | 排污许可证申请与核发技术规范 玻璃工业—平板玻璃          | 3141               |
| 5  | 排污许可证申请与核发技术规范 炼焦化学工业             | 2520               |
| 6  | 排污许可证申请与核发技术规范 电镀工业               | 3460               |
| 7  | 排污许可证申请与核发技术规范 制药工业—原料药制造         | 271                |
| 8  | 排污许可证申请与核发技术规范 制革及毛皮加工工业—制革工业     | 3652               |
| 9  | 排污许可证申请与核发技术规范 农副食品加工工业—制糖工业      | 1340               |
| 10 | 排污许可证申请与核发技术规范 纺织印染工业             | 171                |
| 11 | 排污许可证申请与核发技术规范 农药制造工业             | 263                |
| 12 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—铅锌冶炼        | 3312               |
| 13 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—铝冶炼         | 3316               |
| 14 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—铜冶炼         | 3311               |
| 15 | 排污许可证申请与核发技术规范 化肥工业—氮肥            | 2621               |
| 16 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—汞冶炼         | 3339               |
| 17 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—镁冶炼         | 3317               |
| 18 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—镍冶炼         | 3313               |
| 19 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—钛冶炼         | 3329               |
| 20 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—锡冶炼         | 3314               |
| 21 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—钴冶炼         | 3313               |
| 22 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—铋冶炼         | 3315               |
| 23 | 排污许可证申请与核发技术规范 农副食品加工工业—淀粉工业      | 1391               |
| 24 | 排污许可证申请与核发技术规范 农副食品加工工业—屠宰及肉类加工工业 | 135                |
| 25 | 排污许可证申请与核发技术规范 锅炉                 | 3511               |
| 26 | 排污许可证申请与核发技术规范 陶瓷砖瓦工业             | 313                |
| 27 | 排污许可证申请与核发技术规范 有色金属工业—再生金属        | 3329               |
| 28 | 排污许可证申请与核发技术规范 磷肥、钾肥、复混钾肥、        | 262                |

|    |                                       |              |
|----|---------------------------------------|--------------|
|    | 有机肥料及微生物肥料工业                          |              |
| 29 | 排污许可证申请与核发技术规范 电池工业                   | 3940         |
| 30 | 排污许可证申请与核发技术规范 汽车制造业                  | 372          |
| 31 | 排污许可证申请与核发技术规范 家具制造业                  | 21           |
| 32 | 排污许可证申请与核发技术规范 酒、饮料制造业                | 152、153      |
| 33 | 排污许可证申请与核发技术规范 食品制造业—乳制品制造业           | 1440         |
| 34 | 排污许可证申请与核发技术规范 食品制造业—调味品、发酵制品制造业      | 146          |
| 35 | 排污许可证申请与核发技术规范 电子工业                   | 405、406      |
| 36 | 排污许可证申请与核发技术规范 人造板工业                  | 202          |
| 37 | 排污许可证申请与核发技术规范 无机化学工业                 | 261          |
| 38 | 排污许可证申请与核发技术规范 聚氯乙烯工业                 | 308          |
| 39 | 排污许可证申请与核发技术规范 食品制造业—方便食品、食品及饲料添加剂制造业 | 143、1494     |
| 40 | 排污许可证申请与核发技术规范 火电                     | 4144         |
| 41 | 排污许可证申请与核发技术规范 废弃资源加工工业               | 43           |
| 42 | 排污许可证申请与核发技术规范 制药工业—生物药品制品制造          | 276          |
| 43 | 排污许可证申请与核发技术规范 制革及毛皮加工工业—毛皮加工工业       | 193          |
| 44 | 排污许可证申请与核发技术规范 制药工业—中成药生产             | 274          |
| 45 | 排污许可证申请与核发技术规范 制药工业—化学药品制剂制造          | 272          |
| 46 | 排污许可证申请与核发技术规范 印刷工业                   | 231          |
| 47 | 排污许可证申请与核发技术规范 羽毛（绒）加工工业              | 194          |
| 48 | 排污许可证申请与核发技术规范 煤炭加工—合成气和液体燃料生产        | 4230         |
| 49 | 排污许可证申请与核发技术规范 化学纤维制造业                | 28           |
| 50 | 排污许可证申请与核发技术规范 农副食品加工工业—饲料加工、植物油加工工业  | 132、133      |
| 51 | 排污许可证申请与核发技术规范 日用化学产品制造业              | 267          |
| 52 | 排污许可证申请与核发技术规范 专用化学产品制造业              | 266          |
| 53 | 排污许可证申请与核发技术规范 农副食品加工工业—水产品加工工业       | 136          |
| 54 | 排污许可证申请与核发技术规范 涂料、油墨、颜料及类似产品制造业       | 264          |
| 55 | 排污许可证申请与核发技术规范 石墨及其他非金属矿物制品制造         | 319          |
| 56 | 排污许可证申请与核发技术规范 金属铸造工业                 | 352          |
| 57 | 排污许可证申请与核发技术规范 铁合金、电解锰工业              | 324、3319     |
| 58 | 排污许可证申请与核发技术规范 造纸行业                   | 22           |
| 59 | 排污许可证申请与核发技术规范 铁路、船舶、航空航天             | 371、375、3799 |

|    |                          |       |
|----|--------------------------|-------|
|    | 和其他运输设备制造业               |       |
| 60 | 排污许可证申请与核发技术规范 工业炉窑      | 3560  |
| 61 | 排污许可证申请与核发技术规范 制鞋工业      | 182   |
| 62 | 排污许可证申请与核发技术规范 橡胶和塑料制品工业 | 29、30 |
| 63 | 排污许可证申请与核发技术规范 稀有稀土金属冶炼  | 333   |