模型具体估计步骤

1.局部线性化。

对$\boldsymbol{\gamma}(u_{it})$关于其邻域内的点$u$进行 Taylor 展开：$\gamma_j(u_{it}) \approx \gamma_j(u) + \dot{\gamma}_j(u)(u_{it}-u), j=1,2,\cdots,q$。记核函数为 $k_h(u_{it}-u)=h^{-1}k((u_{it}-u)/h)$ ，$\boldsymbol{\delta}(u)=(\gamma_1(u),\cdots,\gamma_q(u),h\dot{\gamma}_1(u),\cdots,h\dot{\gamma}_q(u))'$ δ ，$\boldsymbol{S}_{it}(u)=(\boldsymbol{z}'_{it},(u_{it}-u)\boldsymbol{z}'_{it}/h)'$，则当给定$\boldsymbol{\beta}'$， ρ和λ时，

$$\boldsymbol{\delta}(u)=\arg\min\frac{1}{NT}\left[\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\beta}-\boldsymbol{S}(u)\boldsymbol{\delta}(u)\right]'\boldsymbol{HK}(u)\boldsymbol{H}\left[\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\beta}-\boldsymbol{S}(u)\boldsymbol{\delta}(u)\right] \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{B}(\rho)=\boldsymbol{I}_{NT}-\rho\tilde{\boldsymbol{W}}$，$\boldsymbol{B}(\lambda)=\boldsymbol{I}_{NT}-\lambda\tilde{\boldsymbol{W}}$，$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{B}(\lambda)\boldsymbol{D}(\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{B}(\lambda)\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\lambda)$，$\boldsymbol{K}(u)$是由 $(k_h(u_{11}-u),\cdots,k_h(u_{N1}-u),\cdots,k_h(u_{1T}-u),\cdots,k_h(u_{NT}-u))'$ 组成的对角矩阵，$\boldsymbol{S}(u)=(\boldsymbol{S}_{11}(u),\cdots,\boldsymbol{S}_{N1}(u),\cdots,\boldsymbol{S}_{1T}(u),\cdots,\boldsymbol{S}_{NT}(u))'$。记$\boldsymbol{I}_q$是$q\times q$维单位矩阵，$\boldsymbol{O}_q$是元素全部为 0 的 $q\times q$ 维矩阵， $\boldsymbol{0}_q$ 是 $1\times q$ 维零向量， $\boldsymbol{R}(u)=\boldsymbol{S}'(u)\boldsymbol{HK}(u)\boldsymbol{HS}(u)/(NT)$ ，$\boldsymbol{T}(u)=\boldsymbol{S}'(u)\boldsymbol{HK}(u)\boldsymbol{HY}^*/(NT)$，$\boldsymbol{e}=(\boldsymbol{I}_q,\boldsymbol{O}_q)'$，$\boldsymbol{Y}^*=\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\beta}$，则未知函数的初始估计为$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{IN}(u)=(\hat{\gamma}_1(u),\cdots,\hat{\gamma}_q(u))'=\boldsymbol{e}'\boldsymbol{R}^{-1}(u)\boldsymbol{T}(u)$，进而非参数部分的初始估计为：$\hat{\boldsymbol{M}}_{IN}=\boldsymbol{LY}^*$。其中

$$\boldsymbol{L}=\begin{pmatrix}(\boldsymbol{z}'_{11},\boldsymbol{0}_q)(\boldsymbol{S}'(u_{11})\boldsymbol{HK}(u_{11})\boldsymbol{HS}(u_{11}))^{-1}\boldsymbol{S}'(u_{11})\boldsymbol{HK}(u_{11})\boldsymbol{H}\\ \vdots \\ (\boldsymbol{z}'_{NT},\boldsymbol{0}_q)(\boldsymbol{S}'(u_{NT})\boldsymbol{HK}(u_{NT})\boldsymbol{HS}(u_{NT}))^{-1}\boldsymbol{S}'(u_{NT})\boldsymbol{HK}(u_{NT})\boldsymbol{H}\end{pmatrix}。$$

2.构建截面极大似然估计量。

将非参数的初始估计带入对数似然函数，可得近似初始对数截面似然函数如下：

$$\tilde{L}(\boldsymbol{\theta})\approx\frac{NT}{2}\ln(\sigma_\varepsilon^2)+\ln|\boldsymbol{B}(\rho)|+\ln|\boldsymbol{B}(\lambda)|-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\boldsymbol{Y}^{*\prime}(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{Y}^* \tag{2}$$

对式（2）关于σ_ε^2和$\boldsymbol{\beta}$求一阶偏导数，可得σ_ε^2和$\boldsymbol{\beta}$的初始似然估计：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{IN}(\rho,\lambda)=\left[\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{X}\right]^{-1}\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}\\ \sigma^2_{\varepsilon IN}(\rho,\lambda)=\frac{1}{NT}\left[\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{IN}\right]'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\left[\boldsymbol{B}(\rho)\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{IN}\right]\end{cases} \tag{3}$$

结合式（2）和式（3），可得：

$$\tilde{L}(\rho,\lambda)=-\frac{NT}{2}\left[\ln(2\pi)+1\right]-\frac{NT}{2}\ln\hat{\sigma}^2_{\varepsilon IN}+\ln|\boldsymbol{B}(\rho)|+\ln|\boldsymbol{B}(\lambda)| \tag{4}$$

通过非线性迭代得到ρ,λ的最优估计$\hat{\rho},\hat{\lambda}$，进而可得参数估计如下：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\beta}}=\left[\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{X}\right]^{-1}\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{B}(\hat{\rho})\boldsymbol{Y}\\ \hat{\sigma}^2_\varepsilon=\frac{1}{NT}\left[\boldsymbol{B}(\hat{\rho})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right]'(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L})\left[\boldsymbol{B}(\hat{\rho})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right]\end{cases} \tag{5}$$

其中，$\hat{\boldsymbol{H}}=\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})\boldsymbol{D}\left[\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})\boldsymbol{D}\right]^{-1}\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})$。$(\hat{\gamma}_1(u),\cdots,\hat{\gamma}_q(u))'$和$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$的最终估计如下：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\gamma}}(u)=\boldsymbol{e}'\left[\boldsymbol{S}'(u)\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{K}(u)\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{S}(u)\right]^{-1}\boldsymbol{S}'(u)\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{K}(u)\hat{\boldsymbol{H}}\left[\boldsymbol{B}(\hat{\rho})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right]\\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}=\left[\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})\boldsymbol{D}\right]^{-1}\boldsymbol{D}'\boldsymbol{B}'(\hat{\lambda})\boldsymbol{B}(\hat{\lambda})\left[\boldsymbol{B}(\hat{\rho})\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}-\hat{\boldsymbol{M}}\right]\end{cases} \tag{6}$$

假设条件 A1-A5

A1 关于模型中变量的假设：

①$\{\boldsymbol{x}_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$，$\{\boldsymbol{z}_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$是独立同分布随机序列，且具有有界支撑集；$\{\varepsilon_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$是服从均值为 0，方差为$\sigma_\varepsilon^2$的独立正态分布的随机序列，并与$\{\boldsymbol{x}_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$，$\{\boldsymbol{z}_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$不相关，满足$\mathrm{E}\left(\varepsilon_{it}\left|\boldsymbol{x}_{11},\cdots,\boldsymbol{x}_{NT},\boldsymbol{z}_{11},\cdots,\boldsymbol{z}_{NT}\right.\right)=0$，$\mathrm{Var}\left(\varepsilon_{it}\left|\boldsymbol{x}_{11},\cdots,\boldsymbol{x}_{NT},\boldsymbol{z}_{11},\cdots,\boldsymbol{z}_{NT}\right.\right)=\sigma_\varepsilon^2<\infty$，$\mathrm{E}\left(\left\|\varepsilon_{it}\boldsymbol{x}_{it}'\right\|\right)<\infty$，$\mathrm{E}\left(\left\|\varepsilon_{it}\boldsymbol{z}_{it}'\right\|\right)<\infty\left(i=1,2,\cdots,N,t=1,2,\cdots,T\right)$；

②$\{u_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$是独立同分布随机序列，边际概率密度函数$f_i\left(u\right)\left(i=1,\cdots,N\right)$在$\mathrm{U}$上连续可微，同时$f_i\left(u\right)$一致有界且非零，$\mathrm{U}$是$k\left(\cdot\right)$的支撑集。对任意的$t$，$\left(u_{1t},u_{2t},\cdots,u_{Nt}\right)$存在联合概率密度；当$i\neq j$时，$\left(u_{it},u_{jt}\right)\left(t=1,2,\cdots,T,i,j=1,2,\cdots,N\right)$的联合密度函数$f_{ij}\left(u,v\right)f_{ij}(u,v)$在$\mathrm{U}\times\mathrm{U}$上连续可微。$\{u_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$与$\{\varepsilon_{it}\}_{i=1\ t=1}^{N,T}$无关，且有$\mathrm{E}\left(\boldsymbol{x}_{it}\varepsilon_{it}\left|u_{it}\right.\right)=0,i=1,2,\cdots,N,t=1,2,\cdots,T$；$\boldsymbol{\Omega}_{11}\left(u,u\right)=\mathrm{E}\left(\boldsymbol{z}_{it}\boldsymbol{z}_{jt}'\left|u_{it}=u,u_{jt}=u\right.\right)$存在且非奇异，$\boldsymbol{\Omega}_{12}\left(u,u\right)=\mathrm{E}\left(\boldsymbol{z}_{it}\boldsymbol{x}_{jt}'\left|u_{it}=u,u_{jt}=u\right.\right)$和$\boldsymbol{\Omega}_{22}\left(u,u\right)=\mathrm{E}\left(\boldsymbol{x}_{it}\boldsymbol{x}_{jt}'\left|u_{it}=u,u_{jt}=u\right.\right)$中每一个元素都是二阶连续可微的，$\mathrm{E}\left(\boldsymbol{x}_{it}\boldsymbol{x}_{it}'\right)$是非奇异的常数矩阵；

③$\{\alpha_i\}_{i=1}^{N}$满足$\mathrm{E}\left(\alpha_i\left|\boldsymbol{x}_{11},\cdots,\boldsymbol{x}_{NT},\boldsymbol{z}_{11},\cdots,\boldsymbol{z}_{NT}\right.\right)=0$，$\mathrm{Var}\left(\alpha_i\left|\boldsymbol{x}_{11},\cdots,\boldsymbol{x}_{NT},\boldsymbol{z}_{11},\cdots,\boldsymbol{z}_{NT}\right.\right)=\sigma_\alpha^2<\infty$，且$\mathrm{E}\left(\left\|\alpha_i\boldsymbol{x}_{it}'\right\|\right)<\infty,\mathrm{E}\left(\left\|\alpha_i\boldsymbol{z}_{it}'\right\|\right)<\infty,i=1,2,\cdots,N,t=1,2,\cdots,T$；

④$\gamma_i\left(u\right)\left(i=1,2,\cdots,q\right)$是二阶连续可导的有界函数，满足一阶利普希茨连续条件；

⑤存在$\eta=\max\{4,\upsilon\}$使得$\mathrm{E}\left\|\boldsymbol{X}\right\|^\eta<\infty,\mathrm{E}\left\|\boldsymbol{Z}\right\|^\eta<\infty$，$\mathrm{E}\left\|\boldsymbol{\alpha}\right\|^\eta<\infty,\mathrm{E}\left\|\boldsymbol{\varepsilon}\right\|^\eta<\infty$，并且存在$\xi<2-\upsilon^{-1}$使得$\left(NT\right)^{2\xi-1}h\to\infty$。

A2 关于模型中常量的假设：

①空间权重矩阵$\boldsymbol{W}=\left(w_{ij}\right),i,j=1,2,\cdots,N$是外生给定的矩阵，所有元素非随机，并且

$w_{ij}=O_p\left(1/l_N\right)$，$\lim\limits_{N\to\infty}l_N/N=0$，$w_{ii}=0$；$\boldsymbol{W}$和$\boldsymbol{I}_N-\rho\boldsymbol{W}$的绝对行和与绝对列和一致有界；

②空间相关系数$\left|\rho\right|<1$，空间误差系数$\left|\lambda\right|<1$，且$\boldsymbol{I}_N-\rho\boldsymbol{W}$、$\boldsymbol{I}_N-\lambda\boldsymbol{W}$是非奇异矩阵，对任意的$\rho,\lambda\in\Theta$可逆（$\Theta$是紧参数空间），$\left(\boldsymbol{I}_N-\rho\boldsymbol{W}\right)^{-1}$、$\left(\boldsymbol{I}_N-\lambda\boldsymbol{W}\right)^{-1}$同样满足绝对行和与绝对列和一致有界。

A3 关于核函数的假设：

①$k\left(\cdot\right)$是有界闭集上连续、非负的偶函数，令$\mu_l=\int k\left(v\right)v^l dv$，$\nu_l=\int k^2\left(v\right)v^l dv$，则对于任意的正奇数，$\mu_l=\nu_l=0$，且$\mu_0=1$，$\mu_2\neq0$；

②关于窗宽的假设：当N和T趋于无穷，h趋于 0 时，有NTh趋于无穷。

A4 关于模型参数估计唯一可识别条件的假设：

参数$\boldsymbol{\theta}$存在唯一真实值$\boldsymbol{\theta}_0\in\Theta$，使得原模型成立。

A5 关于模型中参数估计的渐近正态性假设条件：

①对于截面似然函数$L\left(\boldsymbol{\theta}\right)$，满足$\boldsymbol{\Sigma}_{\theta_0}=-\lim\limits_{N,T\to\infty}\mathrm{E}\left(\dfrac{1}{NT}\left.\dfrac{\partial^2L\left(\boldsymbol{\theta}\right)}{\partial\boldsymbol{\theta}\partial\boldsymbol{\theta}'}\right|_{\theta_0}\right)$存在且非奇异；

②$\boldsymbol{\Lambda}=\left(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L}\right)'\boldsymbol{B}_2'\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{B}_2\left(\boldsymbol{I}_{NT}-\boldsymbol{L}\right)$，$\phi_{P_0P_0}=\lim\limits_{N,T\to\infty}\dfrac{1}{NT\sigma_{\varepsilon0}^2}\boldsymbol{P}_0'\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{P}_0$，$\boldsymbol{\phi}_{XP_0}=\lim\limits_{N,T\to\infty}\dfrac{1}{NT\sigma_{\varepsilon0}^2}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{P}_0$，

$\boldsymbol{\phi}_{XX}=\lim\limits_{N,T\to\infty}\dfrac{1}{NT\sigma_{\varepsilon 0}^{2}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{X}$， $\phi_{P_0P_0}-\boldsymbol{\phi}_{XP_0}'\boldsymbol{\phi}_{XX}^{-1}\boldsymbol{\phi}_{XP_0}>0$；

$$③\ \boldsymbol{\psi}_1=\left.\frac{d\left(\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)\right)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0},\ \lim_{N,T\to\infty}\frac{1}{NT}\left\{\frac{\operatorname{tr}\left[\left(\boldsymbol{B}_2^{-1}\right)'\boldsymbol{\psi}_1\boldsymbol{B}_2^{-1}\right]\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{G}_{10}'\boldsymbol{H}_0\right)}{NT-2N+2}-\operatorname{tr}\left[\left(\boldsymbol{B}_2^{-1}\right)'\boldsymbol{G}_{10}'\boldsymbol{\psi}_1\boldsymbol{B}_2^{-1}\right]\right\}>0\ ;$$

$$④\ \boldsymbol{\psi}_2=\left.\frac{d^2\left(\boldsymbol{B}'(\lambda)\boldsymbol{HB}(\lambda)\right)}{d\lambda^2}\right|_{\lambda=\lambda_0},\ \lim_{N,T\to\infty}\frac{1}{NT}\left\{\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{G}_{20}^{2}\right)+\frac{1}{2}\operatorname{tr}\left[\left(\boldsymbol{B}_2^{-1}\right)'\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{B}_2^{-1}\right]-\frac{1}{2}\frac{\operatorname{tr}^2\left[\left(\boldsymbol{B}_2^{-1}\right)'\boldsymbol{\psi}_1\boldsymbol{B}_2^{-1}\right]}{NT-2N+2}\right\}>0\ ;$$

$$⑤\ \lim_{N,T\to\infty}\frac{1}{NT}\left\{\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{G}_{10}^{2}\right)+\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{G}_{10}'\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{G}_{10}\right)-\frac{2\operatorname{tr}^2\left(\boldsymbol{G}_{10}'\boldsymbol{H}_0\right)}{NT-2N+2}\right\}>0。$$

附表 1 Rook 权重矩阵下参数的估计

N	参数	$T=2$					$T=4$				
		均值	偏差	标准差	$RMSE_1$	$RMSE_2$	均值	偏差	标准差	$RMSE_1$	$RMSE_2$
49	ρ	0.4950	-0.0050	0.0960	0.0960	0.0878	0.4969	-0.0031	0.0492	0.0492	0.0421
	λ	0.1879	-0.0121	0.2025	0.2311	0.1948	0.2210	0.0210	0.1253	0.1479	0.1351
	β	1.0016	0.0016	0.1314	0.1312	0.1194	1.0026	0.0026	0.0668	0.0668	0.0758
	σ_ε^2	0.3340	-0.1660	0.0757	0.1824	0.1050	0.4528	-0.0472	0.0528	0.0708	0.0528
64	ρ	0.4924	-0.0076	0.0914	0.0915	0.0939	0.4952	-0.0048	0.0528	0.0529	0.0500
	λ	0.2148	0.0148	0.1802	0.1991	0.1753	0.2485	0.0485	0.1201	0.1305	0.1087
	β	1.0116	0.0116	0.1018	0.1023	0.0903	0.9990	-0.0010	0.0542	0.0541	0.0484
	σ_ε^2	0.3357	-0.1643	0.0663	0.1771	0.0991	0.4451	-0.0549	0.0396	0.0676	0.0375
81	ρ	0.4869	-0.0131	0.0846	0.0855	0.0758	0.4941	-0.0059	0.0479	0.0482	0.0430
	λ	0.1932	-0.0068	0.1739	0.2038	0.1984	0.2551	0.0551	0.1044	0.1135	0.1096
	β	0.9912	-0.0088	0.0916	0.0918	0.0997	0.9953	-0.0047	0.0433	0.0435	0.0410
	σ_ε^2	0.3388	-0.1612	0.0588	0.1715	0.1819	0.4496	-0.0504	0.0378	0.0629	0.0408
100	ρ	0.5055	0.0055	0.0737	0.0738	0.0749	0.4948	-0.0052	0.0382	0.0385	0.0357
	λ	0.1912	-0.0088	0.1583	0.1919	0.1473	0.2535	0.0535	0.0884	0.0997	0.0996
	β	1.0023	0.0023	0.0932	0.0931	0.0932	1.0001	0.0001	0.0441	0.0440	0.0458
	σ_ε^2	0.3331	-0.1669	0.0432	0.1723	0.0756	0.4472	-0.0528	0.0353	0.0635	0.0403

附表 2 Rook 权重矩阵下未知函数 $\gamma_1(u)$ 和 $\gamma_2(u)$ 的估计

N	$T=2$			$T=4$		
	非参数	中位数	标准差	非参数	中位数	标准差
49	$\gamma_1(u)$	0.3503	0.1496	$\gamma_1(u)$	0.2789	0.0974
	$\gamma_2(u)$	0.3522	0.1635	$\gamma_2(u)$	0.2604	0.0988

64	$\gamma_1(u)$	0.3221	0.1644	$\gamma_1(u)$	0.2467	0.0866
	$\gamma_2(u)$	0.2958	0.1464	$\gamma_2(u)$	0.2329	0.0960
81	$\gamma_1(u)$	0.3005	0.1304	$\gamma_1(u)$	0.2148	0.0713
	$\gamma_2(u)$	0.2710	0.1252	$\gamma_2(u)$	0.1969	0.0750
100	$\gamma_1(u)$	0.2821	0.1221	$\gamma_1(u)$	0.1954	0.0669
	$\gamma_2(u)$	0.2415	0.0941	$\gamma_2(u)$	0.1838	0.0764

附表 3 Case 权重矩阵下参数估计表

T	R	参数	$M=2$					$M=4$				
			均值	偏差	标准差	$RMSE_1$	$RMSE_2$	均值	偏差	标准差	$RMSE_1$	$RMSE_2$
2	20	ρ	0.5013	0.0013	0.0534	0.0534	0.0610	0.4952	-0.0048	0.0581	0.0582	0.0629
		λ	0.2122	0.0123	0.1385	0.1638	0.1409	0.1880	-0.0120	0.1333	0.1740	0.1475
		β	1.0122	0.0122	0.1384	0.1388	0.1370	0.9924	-0.0076	0.0893	0.0895	0.0876
		σ_ε^2	0.3329	-0.1671	0.0760	0.1835	0.1074	0.3413	-0.1587	0.0462	0.1653	0.0746
	30	ρ	0.4991	-0.0009	0.0518	0.0518	0.0467	0.4870	-0.0130	0.0549	0.0563	0.0527
		λ	0.2060	0.0060	0.1209	0.1530	0.1287	0.2106	0.0106	0.1336	0.1606	0.1238
		β	0.9903	-0.0097	0.1113	0.1115	0.1035	1.0053	0.0053	0.0764	0.0765	0.0712
		σ_ε^2	0.3404	-0.1596	0.0659	0.1726	0.0984	0.3466	-0.1534	0.0448	0.1600	0.0682
	40	ρ	0.4968	-0.0032	0.0423	0.0424	0.0407	0.4991	-0.0009	0.0475	0.0474	0.0411
		λ	0.1979	-0.0021	0.1009	0.1434	0.0926	0.2129	0.0129	0.1184	0.1468	0.1304
		β	0.9890	-0.0110	0.0922	0.0927	0.0808	0.9966	-0.0034	0.0685	0.0685	0.0716
		σ_ε^2	0.3534	-0.1466	0.0525	0.1557	0.0777	0.3395	-0.1605	0.0366	0.1646	0.0659
4	20	ρ	0.4957	-0.0043	0.0331	0.0333	0.0335	0.4946	-0.0054	0.0377	0.0380	0.0378
		λ	0.2345	0.0345	0.0789	0.1025	0.0788	0.2506	0.0506	0.0985	0.1101	0.0981
		β	0.9937	-0.0063	0.0670	0.0672	0.0696	0.9977	-0.0023	0.0500	0.0500	0.0558
		σ_ε^2	0.4730	-0.0270	0.0571	0.0631	0.0560	0.4517	-0.0483	0.0387	0.0618	0.0436
	30	ρ	0.4992	-0.0008	0.0257	0.0256	0.0253	0.4975	-0.0025	0.0302	0.0303	0.0331
		λ	0.2401	0.0401	0.0660	0.0890	0.0722	0.2565	0.0565	0.0696	0.0820	0.0709
		β	1.0027	0.0027	0.0589	0.0588	0.0534	1.0000	0.0000	0.0393	0.0392	0.0377
		σ_ε^2	0.4726	-0.0274	0.0499	0.0568	0.0454	0.4492	-0.0508	0.0312	0.0597	0.0309
	40	ρ	0.4986	-0.0014	0.0245	0.0245	0.0233	0.4950	-0.0050	0.0252	0.0256	0.0247
		λ	0.2446	0.0446	0.0601	0.0816	0.0661	0.2622	0.0622	0.0611	0.0717	0.0617
		β	0.9774	-0.0226	0.0525	0.0524	0.0543	0.9990	-0.0010	0.0338	0.0338	0.0324
		σ_ε^2	0.4662	-0.0338	0.0420	0.0539	0.0441	0.4445	-0.0555	0.0283	0.0623	0.0321

附表 4 Case 权重矩阵下未知函数 $\gamma_1(u)$ 和 $\gamma_2(u)$ 的估计

T	R	$M=2$			$M=4$		
		非参数	中位数	标准差	非参数	中位数	标准差
2	20	$\gamma_1(u)$	0.4046	0.1662	$\gamma_1(u)$	0.2785	0.1343
		$\gamma_2(u)$	0.3791	0.2159	$\gamma_2(u)$	0.2852	0.1058
	30	$\gamma_1(u)$	0.3480	0.1318	$\gamma_1(u)$	0.2500	0.1075
		$\gamma_2(u)$	0.3306	0.1349	$\gamma_2(u)$	0.2383	0.0758
	40	$\gamma_1(u)$	0.2780	0.1392	$\gamma_1(u)$	0.2168	0.0839
		$\gamma_2(u)$	0.2822	0.1081	$\gamma_2(u)$	0.1927	0.0827
4	20	$\gamma_1(u)$	0.3006	0.1201	$\gamma_1(u)$	0.2209	0.0783
		$\gamma_2(u)$	0.2690	0.1123	$\gamma_2(u)$	0.2004	0.0825
	30	$\gamma_1(u)$	0.2526	0.1001	$\gamma_1(u)$	0.1859	0.0694
		$\gamma_2(u)$	0.2204	0.0983	$\gamma_2(u)$	0.1690	0.0635
	40	$\gamma_1(u)$	0.2188	0.0704	$\gamma_1(u)$	0.1677	0.0572
		$\gamma_2(u)$	0.1996	0.0862	$\gamma_2(u)$	0.1529	0.0530

附表 5　　Hausman 检验结果表

$\boldsymbol{W}_R$	随机效应模型	固定效应模型
模型主要部分		
$\ln GDP$	0.9672^{***}	2.5332^{***}
	(3.4415)	(8.6092)
$\ln Trafree$	0.7700^{**}	0.3860
	(2.0902)	(1.0852)
$\ln Cexp$	0.8604^{***}	0.6669^{***}
	(8.0400)	(6.4212)
IE	-3.0240^{**}	-3.0588^{**}
	(-2.4234)	(-2.2018)
常数项	-33.9142^{***}	
	(-6.0265)	
空间滞后效应		
ρ	0.3798^{***}	0.2977^{***}
	(11.9465)	(8.5809)
扰动项方差		
$\lg t\_theta$	-2.2444^{***}	
	(-13.9901)	
σ_ε^2	0.7212^{***}	0.6489^{***}
	(16.8703)	(18.0605)
Hausman检验	检验统计量 χ^2	P 值
H_0：随机效应模型	25.5366	0.0000

注：括号内为系数估计的 t 统计量。下同

附表 6　$PSPM_{W_d}$ 估计结果

$\boldsymbol{W}_d$	$PSPM_{W_d}-1$	$PSPM_{W_d}-2$	$PSPM_{W_d}-3$
模型主要部分			
$\ln GDP$	0.6888 (1.4025)	0.6985 (1.3900)	0.5828 (0.9435)
$\ln Trafree$	-0.1367 (-0.2655)	-0.1370 (-0.2734)	-0.1354 (-0.2681)
$\ln Cexp$	0.3801*** (3.0378)	0.3819*** (3.1812)	0.3892*** (3.1804)
IE		-0.1901 (-0.0705)	-6.3696 (-0.2875)
$\ln GDP\times IE$			0.2516 (0.2812)
空间滞后效应			
ρ	0.7753*** (8.8400)	0.7745*** (9.0790)	0.7733*** (8.9710)
λ	-0.7737*** (-2.6641)	-0.7706*** (-2.8056)	-0.7662*** (-2.7901)
扰动项方差			
σ_{ε}^{2}	0.5516*** (5.7566)	0.5518*** (5.7512)	0.5519*** (5.7440)

附表 7　$SVSPM_{W_d}$ 稳健性估计

变量	ρ	λ	$\ln Trafree$	$\ln Cexp$
估计	1.1242*** (10.2372)	0.6670*** (19.0116)	1.0020 (0.8266)	0.4104 (0.5208)

附表 8　$SVSPM_{DIE}$ 估计结果

变量	ρ	λ	$\ln Trafree$	$\ln Cexp$
估计	0.4512*** (7.7737)	0.1716** (2.9253)	-0.3240 (-0.1660)	1.1798*** (3.2358)