

## 附件

### 一、综合评价方法的原理

#### （一）熵值 TOPSIS 法

熵值 TOPSIS 法是熵值法和 TOPSIS 法的结合。TOPSIS 法主要用于研究评价对象和理想解的距离情况，通过计算各方案与正理想解和负理想解的距离，对方案的优劣进行排序。熵值 TOPSIS 法是对传统 TOPSIS 的改进，其基本思想是先通过熵值法确定指标的权重，然后通过 TOPSIS 法逼近理想解对评价对象进行排序。熵值 TOPSIS 法的计算过程如式（1）—式（4）所示。

第一步，通过熵值法获取加权矩阵  $R$ ：

$$R = (r_{ij})_{n \times m}, r_{ij} = w_j \times x'_{ij} \quad \#(1)$$

第二步，确定正负理想解  $Q_j^+$  和  $Q_j^-$ ：

$$Q_j^+ = \max(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}), Q_j^- = \min(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}) \quad \#(2)$$

第三步，确定各评价对象分别与正负理想解的距离  $d_j^+$  和  $d_j^-$ ：

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Q_j^+ - r_{ij})^2}, d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Q_j^- - r_{ij})^2} \quad \#(3)$$

第四步，计算评价对象与理想方法的接近程度  $C_i$ ：

$$C_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, C_i \in [0, 1] \quad \#(4)$$

$C_i$  越大，省份  $i$  的产业链现代化水平越高，反之，省份  $i$  的产业链现代化水平越低。

#### （二）纵横向拉开档次法

纵横向拉开档次法通过构建时间-省份-指标的三维分析框架，使得综合评价指数在时序和空间维度都可比。即同一个省份在不同年份的数据可比，同一年份不同省份的数据也可比。纵横向拉开档次法在经济评价领域得到了广泛应用。

纵横向拉开档次法的基本思想是使评价对象之间的总差异达到最大，即通过最大化离差平方和求解指标权重。 $x_{ij}(t_k)$  表示第  $i$  个省份的第  $j$  个指标在第  $t_k$  年的原始数据， $x_{ij}^*(t_k)$  为  $x_{ij}(t_k)$  经过无量纲化后的数据， $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$  表示指标权重。

对于时刻  $t_k (k = 1, 2, \dots, N)$ ，综合指数

$$y_i(t_k) = \sum_{j=1}^m w_j x_{ij}^*(t_k) \quad \#(5)$$

因此，总离差平方和

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n (y_i(t_k) - \bar{y})^2 = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n (y_i(t_k))^2 = \sum_{k=1}^N [\mathbf{w}^T \mathbf{H}_k \mathbf{w}] = \mathbf{w}^T \sum_{k=1}^N \mathbf{H}_k \mathbf{w} = \mathbf{w}^T \mathbf{H} \mathbf{w} \quad \#(6)$$

其中， $\mathbf{H}_k = \mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k (k = 1, 2, \dots, N)$ ，

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} x_{11}(t_k) & \cdots & x_{1m}(t_k) \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1}(t_k) & \cdots & x_{nm}(t_k) \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, N \quad \#(7)$$

可以证明，若限定  $w^T w = 1$ ，当取  $w$  为矩阵  $H$  的最大特征值所对应的特征向量时， $\sigma^2$  最大。

由于上述条件求解出的指标权重存在负值，而在综合评价领域，一般要求指标权重为正数，因此需要通过降低总离差平方和来实现，可通过求解式（8）中的规划问题获取指标权重。

$$\max w^T H w \quad s.t. \|w\| = 1 \quad w > 0 \quad (8)$$

表 1 不同评价方法测算所得的产业链现代化水平指数的结果对比

| 省份  | 熵值法 | 熵值 TOPSIS 法 | 纵横向拉开档次法 |
|-----|-----|-------------|----------|
| 北京  | 2   | 1           | 1        |
| 天津  | 6   | 6           | 6        |
| 河北  | 18  | 16          | 13       |
| 山西  | 22  | 21          | 22       |
| 内蒙古 | 29  | 30          | 29       |
| 辽宁  | 15  | 12          | 14       |
| 吉林  | 19  | 20          | 19       |
| 黑龙江 | 25  | 25          | 28       |
| 上海  | 3   | 2           | 2        |
| 江苏  | 4   | 4           | 5        |
| 浙江  | 5   | 5           | 4        |
| 安徽  | 10  | 9           | 8        |
| 福建  | 12  | 11          | 12       |
| 江西  | 14  | 17          | 18       |
| 山东  | 7   | 7           | 7        |
| 河南  | 16  | 15          | 17       |
| 湖北  | 9   | 10          | 10       |
| 湖南  | 13  | 14          | 11       |
| 广东  | 1   | 3           | 3        |
| 广西  | 23  | 23          | 23       |
| 海南  | 20  | 19          | 20       |
| 重庆  | 8   | 8           | 9        |
| 四川  | 11  | 13          | 15       |
| 贵州  | 21  | 22          | 24       |
| 云南  | 24  | 24          | 27       |
| 陕西  | 17  | 18          | 16       |
| 甘肃  | 26  | 26          | 26       |
| 青海  | 27  | 27          | 25       |
| 宁夏  | 28  | 28          | 21       |
| 新疆  | 30  | 29          | 30       |

## 二、动态演变的相关研究方法原理

### （一）Kernel 密度估计

Kernel 密度估计是一种非参数估计方法，Kernel 估计可以通过平滑的峰值函数对样本数据的拟合，进而可以直观描述样本的分布形态，如式（9）所示。

$$f(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{X_i - \bar{X}}{h}\right) \quad \#(9)$$

其中,  $N$  为样本个数,  $X_i$  为观测值,  $\bar{X}$  为平均值,  $h$  为带宽,  $K(x)$  表示 Kernel 函数。本文采用高斯核函数估计我国产业链现代化水平的分布动态演进, 如式 (10) 所示。

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad \#(10)$$

## (二) Markov 链

Markov 链是一个随机过程, 本文通过构造马尔可夫链转移概率矩阵来刻画我国产业链现代化水平的转移情况。如式 (11) 所示。

$$\begin{aligned} P\{X(t) = j | X_{t-1} = i_{t-1}, X_{t-2} = i_{t-2}, \dots, X_0 = i_0\} \\ = P\{X(t) = j | X_{t-1} = i_{t-1}\} = P_v \end{aligned} \quad \#(11)$$

$n_i$  表示  $t$  期的产业链现代化水平为状态  $i$  的省份数量,  $n_{ij}$  表示产业链现代化水平由  $t$  期的状态  $i$  转移到  $t+1$  期的状态  $j$  的省份数量。转移概率  $p_{ij}$  表示特定省份的产业链现代化水平由  $t$  期的状态  $i$  转移到  $t+1$  期的状态  $j$  的概率, 则  $p_{ij} = n_{ij}/n_i$ 。若将产业链现代化水平划分为  $D$  种类型, 则通过 Markov 链可以构造出  $D \times D$  维的转移概率矩阵  $P$ , 进而判断中国产业链现代化水平的动态转移情况。

$$P = (p_{ij})_{D \times D} \quad \#(12)$$

某地区的产业链现代化水平的演变并非独立的, 而是与该地区的地理区位和经济区位紧密相关, 受其他地区产业链现代化水平的影响。空间 Markov 链通过在传统 Markov 链的基础上引入空间滞后项构建了  $D$  个  $D \times D$  维的条件 Markov 链转移概率矩阵。对于第  $K$  个矩阵,  $p_{ijk}$  表示当空间滞后类型为  $K$  时, 特定省份的产业链现代化水平由  $t$  期的状态  $i$  转移到  $t+1$  期的状态  $j$  的概率。

表 2 为我国产业链现代化水平传统马尔科夫链转移概率矩阵。对角线元素反映了随时间变化区域等级仍处于原始水平的概率, 可以看出对角线元素远远大于非对角线元素, 且跨水平对应矩阵的元素为 0, 说明我国产业链现代化水平具有俱乐部收敛特点, 发生跨状态转移可能性小, 处于不同等级地区的产业链现代化的水平稳定性很强, 不易发生改变。

表 2 我国产业链现代化水平的传统 Markov 链转移概率矩阵

| 模型        | 类型 | 高      | 中      | 低      |
|-----------|----|--------|--------|--------|
| 传统 Markov | 高  | 0.9865 | 0.0135 | 0      |
|           | 中  | 0.1190 | 0.8452 | 0.0357 |
|           | 低  | 0      | 0.0854 | 0.9146 |

从对角线元素来看, 高、中、低水平地区保持不变的概率分别为 0.9865、0.8452、0.9146, 表明高水平和低水平地区都具有很强的俱乐部收敛, 中水平地区具有较强的俱乐部收敛。从非对角线元素来看, 产业链现代化高水平地区基本不可能出现发展倒退现象; 中水平地区存在一定的可能性发展为高水平地区, 但发展为低水平地区的可能性极低; 产业链现代化低水平地区向中高水平地区演变的可能性不大。