

附录 1 运用 SVRG 求解步骤 6 定义优化问题的详细过程

Step1: 优化的目标函数如公式 (3) 所示, 简写为 $f(k)$, 样本数为 n , 随机初始化确定初始点 k_0 , 固定步长为 φ , 外层循环次数 M , 内层循环次数 T , 初始 $t=0$, 收敛条件临界值 δ , $m=0$ 。

Step2: 计算所有样本平均梯度:

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nabla f_i(\tilde{k})$$

参数 k 经过 s (s 一般取 n) 次更新为 k_s , 令 $\tilde{k} = k_s$, 计算 $\tilde{k}$ 处的全体样本平均梯度 $\tilde{\mu}$ 。

Step3: 随机选样本 $i_t \in (1, 2, \dots, n)$, 计算更新的梯度大小, 计算方式如下:

$$v_t = \nabla f_{i_t}(k_t) - \nabla f_{i_t}(\tilde{k}) + \tilde{\mu}$$

参数 k 经过 s (s 一般取 n) 次更新为 k_s , 令 $\tilde{k} = k_s$, 计算 $\tilde{k}$ 处的全体样本平均梯度 $\tilde{\mu}$,

$\nabla f_{i_t}(k_t)$ 表示经过第 t 轮更新, 参数 k_t 处第 i 个样本的梯度, $\nabla f_{i_t}(\tilde{k})$ 表示第 s 次更新, 参数 $\tilde{k}$ 处第 i 个样本的梯度。

Step4: $t=t+1$, 如果更新轮数 $t > T$, 则进行 step5, 否则进行 step3。

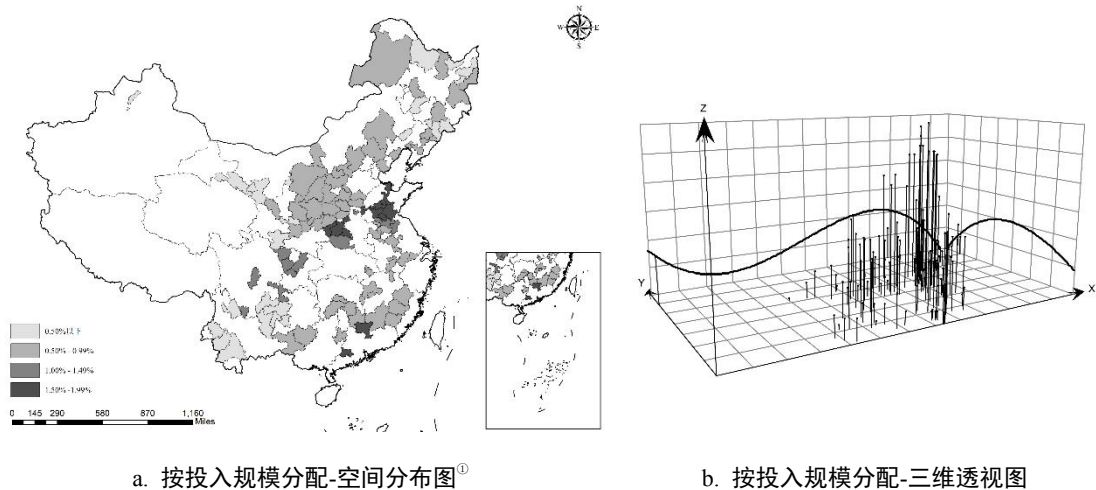
Step5: 基于公式 (9) 更新梯度, 且 $m=m+1$ 。

$$k_{t+1} = k_t - \varphi v_t$$

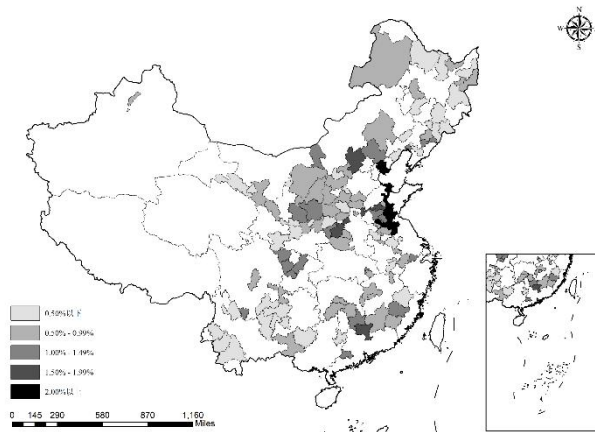
Step6: 如果 $m > M$ 停止迭代, 否则跳到 step2。

Step7: 直到 $\varphi v_t < \delta$ 时算法停止, 停止时对应的 k_t 解即为最优解。

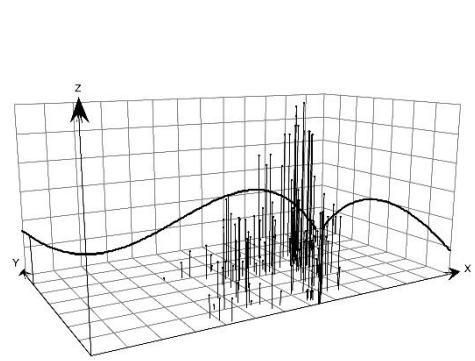
附录 2 我国资源型城市不同规模碳配额空间分布及三维透视图



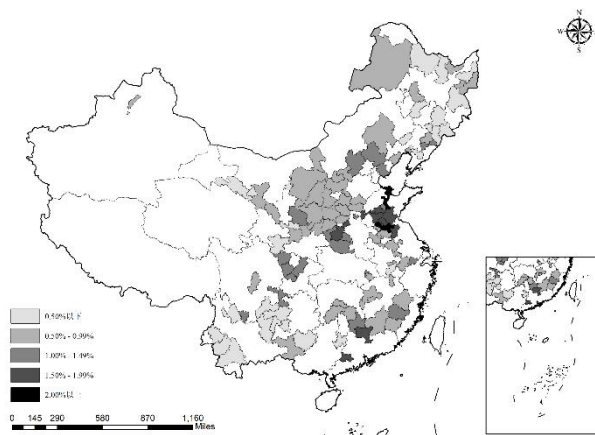
^①根据自然资源部审图号 GS (2019) 1823 号的标准地图制作, 底图无修改, 下同。



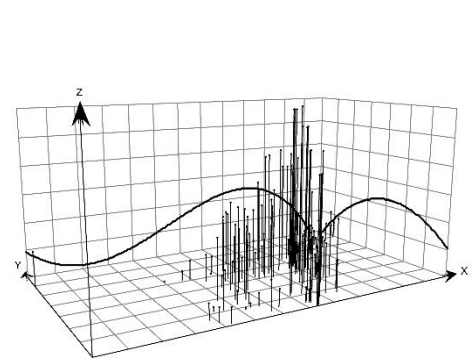
c. 按产出规模分配-空间分布图



d. 按产出规模分配-三维透视图



e. 按投入产出规模分配-空间分布图



f. 按投入产出规模分配-三维透视图

附表 1 我国不同地区资源型城市碳排放配额差异及贡献率

我国资源型城市碳排放配额区域差异及贡献率

总体差异		0.2968
区域内差异	东部	0.2418
	中部	0.2388
	西部	0.2742
区域间差异	东-中	0.3278
	东-西	0.3862
	中-西	0.2684
贡献率（%）	区域内	28.49
	区域间	47.62
	超变密度	23.89