

### 附录 1

附录 1 混频动态单因子模型的 EM 算法流程。

E 步：基于上一步迭代得到的参数估计值  $\theta(j) = \{\tilde{A}(j), \tilde{A}(j), \tilde{Q}(j)\}$ ，利用 Kalman 滤波和 Kalman 平滑器更新因子值并计算模型似然函数值及其条件期望  $E_{\theta(j)}[l(\mathbf{y}, \mathbf{F}; \theta | \Omega_T)]$ 。其中， $\Omega_T$  为  $T$  时点上可获得的实时数据集。在这一过程中，仅利用数据集中的可观测数据更新因子值，更新公式如下：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{f}}_{t|t-1} = \tilde{A}(j) \hat{\mathbf{f}}_{t-1} \\ \hat{\mathbf{V}}_{t|t-1} = \tilde{A}(j) \hat{\mathbf{V}}_{t-1} \tilde{A}^T(j) + \tilde{Q}(j) \\ \hat{\mathbf{K}}_t = \hat{\mathbf{V}}_{t|t-1} \tilde{A}^T(j) (\tilde{A}(j) \hat{\mathbf{V}}_{t|t-1} \tilde{A}^T(j))^{-1} \\ \hat{\mathbf{f}}_t = \hat{\mathbf{f}}_{t|t-1} + \hat{\mathbf{K}}_t (\mathbf{y}_t - \tilde{A}(j) \hat{\mathbf{f}}_{t|t-1}) \\ \hat{\mathbf{V}}_t = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{K}}_t \tilde{A}(j)) \hat{\mathbf{V}}_{t|t-1} \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\hat{\mathbf{f}}_{t|t-1}$  和  $\hat{\mathbf{V}}_{t|t-1}$  表示  $t$  时点上的扩展因子  $\tilde{\mathbf{f}}_t$  及其协方差阵基于  $t-1$  时点的估计值； $\hat{\mathbf{K}}_t$  为  $t$  时点上的 Kalman 增益； $\hat{\mathbf{f}}_t$  和  $\hat{\mathbf{V}}_t$  分别为扩展因子  $\tilde{\mathbf{f}}_t$  及其协方差阵在  $t$  时点上基于 Kalman 增益的修正值。为了使因子估计的结果更加准确，在 Kalman 滤波更新完成后，利用 Kalman 平滑器从最后一期向上对  $\hat{\mathbf{f}}_t$  进行平滑。在 Kalman 滤波和 Kalman 平滑器更新过程中，当  $t$  时点的  $\mathbf{y}_t$  中存在缺失值时， $\mathbf{y}_t$  和  $\tilde{A}(j)$  中对应的行会被移除，因此 Kalman 滤波和 Kalman 平滑器更新过程可以排除缺失值的影响。

M 步：基于可观测数据最大化似然函数的条件期望  $E_{\theta(j)}[l(\mathbf{y}, \mathbf{F}; \theta | \Omega_T)]$  得到新的参数估计值  $\theta(j+1)$ ，所涉及到的各个参数的计算公式如下：

$$\text{vec}(A^M(j+1)) = \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_t^2 | \Omega_T] \otimes \mathbf{W}_t^M \right)^{-1} \text{vec} \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{W}_t^M \mathbf{y}_t^M E_{\theta(j)} [f_t | \Omega_T] + \mathbf{W}_t E_{\theta(j)} [\varepsilon_t f_t | \Omega_T] \right) \quad (2)$$

$$A^Q(j+1) = \mathbf{D}^{-1} \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{W}_t^Q \mathbf{y}_t^Q E_{\theta(j)} [f_t^{(3)T} | \Omega_T] \right) - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{C} \mathbf{D}^{-1} \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{W}_t^Q \mathbf{y}_t^Q E_{\theta(j)} [f_t^{(3)T} | \Omega_T] \right) \quad (3)$$

$$A_1(j+1) = \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_t f_{t-1} | \Omega_T] \right) \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_{t-1}^2 | \Omega_T] \right)^{-1} \quad (4)$$

$$\alpha_i(j+1) = \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{i,t-1} | \Omega_T] \right) \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [(\varepsilon_{i,t-1})^2 | \Omega_T] \right)^{-1}, i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$Q(j+1) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_t^2 | \Omega_T] - A_1(j+1) \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_{t-1} f_t | \Omega_T] \quad (6)$$

$$\sigma_i^2(j+1) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [\varepsilon_{i,t}^2 | \Omega_T] - \alpha_i(j+1) \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [\varepsilon_{i,t-1} \varepsilon_{i,t} | \Omega_T] \quad (7)$$

其中， $\mathbf{f}_t^{(3)} = [f_t, f_{t-1}, f_{t-2}]^T$ ， $\mathbf{D} = \left( \sum_{t=1}^T E_{\theta(j)} [f_t^{(3)} f_t^{(3)T} | \Omega_T] \mathbf{W}_t^Q \right)$ ， $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ 。

在式 (2) ~ (7) 中，基于第  $j$  次迭代后的参数估计值  $\theta(j)$ ，利用 Kalman 滤波和 Kalman

平滑器可以得到的因子更新值  $f_t$ 。 $\mathbf{W}_t^M$  与  $\mathbf{W}_t^Q$  分别对应了维数为月度指标数和季度指标数的对角方阵，称为选择矩阵（Selection Matrix）。当  $t$  时刻第  $i$  个指标缺失时， $\mathbf{W}_t^M$ （或  $\mathbf{W}_t^Q$ ）的对角线对应的元素为 0，否则为 1。将  $t$  时点上的选择矩阵  $\mathbf{W}_t^M$  与  $\mathbf{y}_t^M$  相乘（或  $\mathbf{W}_t^Q$  与  $\mathbf{y}_t^Q$  相乘）得到  $\mathbf{W}_t^M \mathbf{y}_t^M$ （或  $\mathbf{W}_t^Q \mathbf{y}_t^Q$ ），由于相乘后得到的向量中缺失数据对应位置的值为 0，因此在进行 EM 算法迭代的过程中仅使用可观测数据来计算估计量，避免了缺失数据的影响。

附表

附表 1 各月度指标与 GDP 同比增速的混频 Granger 因果检验结果

指标类别	指标名称	Wald 检验 P 值	FDWB-Wald 检验 P 值	RDWB-Wald 检验 P 值
工业	工业增加值	0.000***	0.043*	0.000***
工业	制造业增加值	0.422	0.443	0.284
工业	工业企业产成品存货	0.777	0.878	0.808
工业	工业企业存货	0.448	0.461	0.449
工业	工业企业利润总额	0.090*	0.497	0.246
工业	工业企业产销率	0.147	0.322	0.335
工业	工业企业营业收入	0.001***	0.017**	0.050**
工业	工业企业资产合计	0.180	0.380	0.179
工业	工业企业出口交货值	0.047**	0.147	0.087*
工业	克强指数	0.861	0.597	0.393
工业	发电量	0.025**	0.119	0.020**
工业	全社会用电量	0.363	0.772	0.541
工业	汽车产量	0.030**	0.163	0.067*
工业	粗钢产量	0.002***	0.012**	0.011**
工业	焦炭产量	0.022**	0.038**	0.001***
工业	水泥产量	0.001***	0.018**	0.011**
工业	十种有色金属产量	0.047**	0.085*	0.029**
工业	钢材产量	0.001***	0.008***	0.001***
工业	农用氮磷钾化肥产量	0.035**	0.074*	0.058*
工业	5000 户工业企业产品销售率	0.065*	0.534	0.363
交通运输	铁路货运量	0.588	0.835	0.649
交通运输	货运量	0.002***	0.246	0.030**
交通运输	公路货运量	0.000***	0.245	0.006***
交通运输	水运货运量	0.723	0.635	0.770
交通运输	沿海主要港口货物吞吐量	0.245	0.280	0.305
交通运输	货物周转量	0.446	0.546	0.574
交通运输	铁路货物周转量	0.313	0.607	0.497
交通运输	公路货物周转量	0.000***	0.206	0.006***
交通运输	水运货物周转量	0.549	0.304	0.511
交通运输	旅客周转量	0.000***	0.023**	0.034**
交通运输	公路旅客周转量	0.000***	0.534	0.024**
交通运输	民航旅客周转量	0.149	0.238	0.448
交通运输	铁路旅客周转量	0.000***	0.034**	0.039**
交通运输	水运旅客周转量	0.002***	0.024**	0.043**
交通运输	规模以上快递业务量	0.015**	0.160	0.087*
交通运输	规模以上快递业务收入	0.338	0.509	0.304
消费	社会消费品零售总额	0.071*	0.607	0.246
消费	城镇社会消费品零售总额	0.508	0.550	0.336
消费	商品零售总额	0.319	0.369	0.200

消费	餐饮收入	0.332	0.841	0.298
消费	农村社会消费品零售总额	0.719	0.706	0.525
消费	汽车零售总额	0.059**	0.154	0.075**
消费	石油及制品零售总额	0.358	0.553	0.365
金融投资	固定资产投资完成额	0.006***	0.340	0.230
金融投资	第二产业固定资产投资完成额	0.013**	0.236	0.260
金融投资	民间固定资产投资完成额	0.000***	0.000***	0.002***
金融投资	第三产业固定资产投资完成额	0.188	0.795	0.656
金融投资	第一产业固定资产投资完成额	0.009***	0.241	0.282
金融投资	交通固定资产投资完成额（公路水路）	0.000***	0.000***	0.018**
金融投资	交通固定资产投资完成额（铁路）	0.005***	0.080*	0.055*
金融投资	沿海交通固定资产投资完成额	0.629	0.739	0.625
金融投资	社会融资规模	0.378	0.159	0.220
金融投资	社会融资规模（新增人民币贷款）	0.679	0.435	0.369
金融投资	金融机构新增人民币贷款额	0.667	0.371	0.279
金融投资	金融机构新增人民币贷款额（居民）	0.748	0.406	0.282
金融投资	金融机构新增人民币贷款额（中长期）	0.568	0.649	0.414
金融投资	金融机构新增人民币贷款额（短期贷款及票据融资）	0.087*	0.034**	0.069*
金融投资	银行间同业拆借（加权平均利率）	0.729	0.467	0.604
金融投资	金融机构新增人民币存款额（居民）	0.422	0.532	0.292
金融投资	金融机构新增人民币存款额	0.996	0.981	0.914
金融投资	金融机构新增人民币存款额（非金融企业）	0.944	0.749	0.604
金融投资	金融机构各项存款余额	0.003***	0.039**	0.000***
金融投资	M1	0.008***	0.037**	0.004***
金融投资	M2	0.000***	0.021**	0.000***
房地产	房屋施工面积	0.123	0.332	0.056*
房地产	房屋施工面积（住宅）	0.132	0.368	0.079*
房地产	房屋竣工面积	0.988	0.973	0.991
房地产	房屋竣工面积（住宅）	0.972	0.966	0.980
房地产	土地购置费	0.987	0.989	0.969
房地产	房地产开发资金来源	0.043**	0.055*	0.037**
房地产	商品房销售面积	0.044**	0.113	0.123
房地产	商品房销售额	0.030**	0.080*	0.084*
房地产	商品房销售面积（住宅）	0.029**	0.114	0.109
房地产	商品房销售额（住宅）	0.093*	0.134	0.157
房地产	房屋新开工面积	0.249	0.472	0.265
房地产	房屋新开工面积（住宅）	0.127	0.350	0.173
房地产	100大中城市成交土地总价	0.315	0.216	0.168
房地产	国房景气指数	0.322	0.286	0.150
房地产	二手房出售量指数	0.006***	0.028**	0.014**
房地产	二手房租赁价格指数	0.007***	0.147	0.034**
房地产	二手房出售价格指数	0.627	0.480	0.522

房地产	二手房租赁量指数	0.393	0.400	0.328
进出口	贸易差额	0.752	0.703	0.493
进出口	出口总额	0.266	0.758	0.399
进出口	进出口总额	0.929	0.990	0.952
进出口	进口总额	0.852	0.923	0.849
进出口	进料加工贸易差额	0.017**	0.634	0.036**
进出口	来料加工装配贸易差额	0.000***	0.024**	0.053*
进出口	来料加工装配贸易出口金额	0.368	0.496	0.343
进出口	来料加工装配贸易进口金额	0.066*	0.049**	0.077*
财政	公共财政收入	0.774	0.849	0.814
财政	公共财政支出	0.014**	0.064*	0.021**
财政	中央政府本级一般公共预算支出	0.429	0.248	0.317
财政	中央政府一般公共预算收入	0.020**	0.085*	0.023**
财政	税收收入	0.395	0.591	0.399
财政	税收收入（个人）	0.118	0.268	0.208
财政	税收收入（企业）	0.828	0.724	0.763
物价	居民消费价格指数（CPI）	0.595	0.774	0.758
物价	食品类居民消费价格指数（CPI 食品）	0.429	0.858	0.778
物价	非食品类居民消费价格指数（CPI 非食品）	0.048**	0.351	0.096*
物价	工业生产者出厂价格指数（PPI）	0.670	0.901	0.593
物价	工业生产者购进价格指数（PIRM）	0.797	0.955	0.691
物价	商品零售价格指数（RPI）	0.229	0.477	0.378
物价	70个大中城市新建商品住宅价格指数	0.877	0.839	0.848
物价	70个大中城市二手住宅价格指数	0.549	0.507	0.569
新经济	财新中国新经济指数	0.833	0.574	0.734
新经济	财新中国新经济劳动投入指数	0.576	0.147	0.208
新经济	财新中国新经济资本投入指数	0.988	0.920	0.973
新经济	财新中国新经济科技投入指数	0.921	0.672	0.856
新经济	中国数字经济指数	0.401	0.385	0.474
新经济	数字经济产业指数	0.841	0.841	0.817
新经济	数字经济溢出指数	0.000***	0.001***	0.000***
新经济	数字经济融合指数	0.358	0.592	0.360
新经济	数字经济基础指数	0.038**	0.307	0.352
新经济	电商非食品销售总额	0.922	0.881	0.927
新经济	电商食品销售总额	0.271	0.427	0.551
新经济	电商销售总额	0.903	0.862	0.917
景气调查	小微企业运行综合指数	0.588	0.279	0.214
景气调查	小微企业融资指数	0.505	0.628	0.538
景气调查	小微企业信心指数	0.836	0.739	0.666
景气调查	小微企业风险指数	0.773	0.459	0.535
景气调查	小微企业扩张指数	0.300	0.271	0.087*

注：\*\*\*、\*\*、\*分别表示在1%、5%、10%水平下显著，下同。所有模型均通过了平稳性检验。

**附表 2 城镇居民人均可支配收入增速与 GDP 同比增速的同频 Granger 因果检验结果**

原假设	滞后 1 阶		滞后 2 阶		滞后 3 阶	
	F 统计量	P 值	F 统计量	P 值	F 统计量	P 值
城镇居民人均可支配收入同比增速不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	3.644	0.060*	2.840	0.066*	2.079	0.112

**附表 3 经济先行合成指数与其他指数的月度同频 Granger 因果检验结果**

原假设	滞后 1 阶		滞后 2 阶		滞后 3 阶	
	F 统计量	P 值	F 统计量	P 值	F 统计量	P 值
经济先行合成指数不是 CEMC 宏观一致指数的 Granger 原因	13.681	0.000***	4.890	0.008***	3.416	0.018**
经济先行合成指数不是未筛选指标合成因子的 Granger 原因	50.476	0.000***	26.577	0.000***	17.822	0.000***

注：\*\*\*、\*\*、\*分别表示统计量在 1%、5%、10%的显著性水平下拒绝原假设，下表同。

**附表 4 各先行指数与 GDP 同比增速的混频 Granger 因果检验表**

原假设	传统 Wald 检验	FDWB-Wald 检验	RDWB-Wald 检验
全样本区间			
经济先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.000***	0.000***
CEMC 宏观先行指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.018***	0.002***
未筛选指标合成因子不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.038**	0.031**
传统先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.001***	0.000***
2008 年 1 月至 2023 年 9 月样本区间			
经济先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.000***	0.000***
CEMC 宏观先行指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.000***	0.000***
未筛选指标合成因子不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.011**	0.042**	0.046**
传统先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.000***	0.000***	0.000***
2016 年 1 月至 2023 年 9 月样本区间			
经济先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.021**	0.037**	0.036**
CEMC 宏观先行指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.020**	0.090*	0.060*
未筛选指标合成因子不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.579	0.317	0.335
传统先行合成指数不是 GDP 同比增速的 Granger 原因	0.062*	0.097*	0.072*